

基於熵權法的模糊綜合評價之研究

Study of Fuzzy Comprehensive Evaluation Based on Entropy

郭信霖¹ 李素惠²

摘要

在日益複雜的決策過程中，利用熵權法和模糊綜合評價法將定性分析與定量分析結合起來對許多綜合問題進行有效的評價，在觀光產業、旅館核心能力、環境工程等領域均有廣泛的應用。此法克服傳統主觀方法的不足，處理所有不確定的問題。在實務上，這套處理複雜問題的程序是非常方便容易；最後，以實例驗證這套演算法是有效的、妥當的、可行的。

關鍵詞：模糊綜合評價法、熵

Abstract

Fuzzy comprehensive evaluation(FCE) and entropy is an effective method to evaluate many comprehensive problems and is widely used in catering hygiene, foodservice quality, hotel core competence, tourism and leisure, environmental engineering and so on. The proposed approach overcomes the deficiency of traditional methods, deal with the problems which mixed all kinds of uncertainly, while FCE is introduced to process the information relevant to hotel core competence evaluation. The algorithm is very convenient and easily applicable in practice. Finally, the validity and feasibility of the proposed approach is verified with a case.

Keywords : Fuzzy Comprehensive Evaluation(FCE), Entropy

1. 前言

在模糊綜合評價中，因素的賦權方法用客觀法賦權相對較少，客觀法是指單純利用因素的客觀信息來確定權重的方法。本文提供一種在模糊綜合評價中從信息熵(Information Shannon)的觀點對各因素進行客觀賦權，充分挖掘原始數據本身蘊涵的信息，得到模糊綜合評價的群決策結果，並以實例說明使用該評價方法的可行性、合理性。

2. 模糊綜合評價的基本原理

由於同一事物具有多種屬性，受多種不確定因素的影響，因此在評價的過程中，必

¹崇右技術學院觀光旅遊管理學系副教授

²崇右技術學院企業管理系副教授

須對多個相關的因素作綜合性考慮及進行全部評價，具體的過程是：將評價目標看成是由多種因素組成的模糊集合稱為因素集 U ，再設定這些因素所能選取的評價等級，多個決策者的評語組成模糊集合稱為評價集 V ，分別求出各個因素對每個評價等級的歸屬程度稱為模糊評價矩陣 R ，然後根據各個因素在評價目標中的權重向量，通過模糊矩陣合成運算，求出模糊綜合評價 B ，最後，算出綜合評價結果，這種過程稱為模糊綜合評價的決策。

其具體的處理步驟如下：(胡寶清, 2010; 劉合香, 2012; C.Y. Cheng, X. Qian, 2010; Jing Cheng, Jian-ping Tao, 2010)

Step 1: 建立 m 種因素集 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ 。

Step 2: 建立 n 種評價集 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 。評價集可以是{很好, 好, 一般, 差, 很差}, 也可為{很重要, 重要, 較重要, 一般, 較不重要, 不重要, 很不重要}等等。

Step 3: 構造模糊評價矩陣 R

把所有因素評價集的隸屬度 $0 \leq r_{ij} \leq 1$ (表示對第 i 因素 u_i 對第 j 評價指標進行模糊評價後所得到的值), 組成一個 $m \times n$ 模糊評價矩陣 R , 表示如下:

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{pmatrix} \quad (2-1)$$

Step 4: 確定各因素的權重向量 W

由於各因素對事物評估中影響程度大小的度量不盡相同, 作用也不一樣, 因此, 在進行綜合評價時, 必須給出每一個因素在總評價中的重要大小權重 W , 如下

$$W = (w_1, w_2, \dots, w_m) \text{ 且 } \sum_{i=1}^m w_i = 1 \quad (2-2)$$

Step 5: 求出模糊綜合評價集 B

由於人們對種因素的評價並不是絕對肯定或否定, 因此綜合評判應該是上的一個模糊子集。所以, 模糊綜合評價 B , 可表為如下

$$B = W \circ R = (w_1, w_2, \dots, w_m) \circ \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{pmatrix} \\ = (b_1, b_2, \dots, b_n) \quad (2-3)$$

其中 $b_j = \bigvee_{i=1}^m (w_i \wedge r_{ij}) = B(v_j)$, $j = 1, 2, \dots, n$, 取 $max-min$ 合成運算, 記為模型

$M(\vee, \wedge)$ 計算。

Step 6: 綜合評價

根據最大隸屬度原則、加權平均法確定評判因素的具體結果。



3. 熵權法原理

熵是由德國物理學家 R.Clausius 於 1865 年提出的一個熱力學概念，用來描述熱力學系統的無序或混亂程度，表示做功能力的損失，它是物質的狀態參數，也是系統無序度的量度。1948 年 Shannon 將熵引入信息論（資訊理論）中，用來度量信息量與不確定性，用於表徵信息源中信號的不確定性，稱為信息熵，簡稱熵。如果某評價指標的熵越小，權重就越高。

熵值權重法主要是利用熵值在資訊理論所代表的不確定性，來計算各評估屬性所能傳遞決策資訊能力，求算出屬性間相對權重。其首先經由每一屬性對各方案之量測值所算出的熵值，來說明該屬性對整個決策狀況所能傳遞決策資訊的程度，此程度指的是傳遞決策資訊的不確定性。然後，在比較各屬性的熵值，計算出屬性間相對重要性，即相對權重。由於熵值權重法所求算出的相對權重，是利用各方案在各評估屬性下的評估值資訊所得到的，並未有決策者等人為主觀因素參雜其中，故屬於客觀權重。

對於某一決策的模糊綜合評價問題，設有 m 個待評估因素， n 個評價指標，形成模糊評價矩陣 $R = (r_{ij})_{m \times n}$ ，應用熵權法時，無需進行正規化(normalization)處理。

定義 1：(因素熵)

在所有決策者對 m 個待評估因素，進行模糊評價後所得到的矩陣 $R_{m \times n}$ ，則第 i 個因素的信息熵的定義為

$$H_i = -k \sum_{j=1}^n r_{ij} \times \ln r_{ij}, \quad k = 1/\ln n, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

當 $r_{ij} = 0$ 時， $r_{ij} \ln r_{ij} = 0$ 。不難理解，熵是系統狀態不確定性一種度量，它反映了評價指標體系中指標數據所蘊含的信息量。

定義 2：(因素的熵權)

在所有決策者對 m 個待評估因素，進行模糊評價後所得到的矩陣 $R_{m \times n}$ ，則第 i 個因素的信息熵權的定義為

$$W_i^{(e)} = \frac{1-H_i}{n - \sum_{i=1}^m H_i}, \quad i = 1, 2, \dots, m.$$

4. 實例說明

由於近幾年來外國觀光客逐漸增加，且透過交通部觀光局的行銷，日、韓觀光客有明顯增加的趨勢，而在未來將有機會開放大陸觀光客來台觀光，屆時台灣的一般旅館將可提供充足的房間數，以及符合觀光客需求的價格，故本文選擇採用劉姿好(2008)針對台灣『一般旅館核心能力指標建構之研究』一文中，採用專家深入訪談法，取得諸位專家學者對於一般旅館核心能力的看法。藉由相關文獻、理論及訪談，彙整出一般旅館核心能力指標，並初擬層級架構；且透過第二階段專家問卷，透過專家意見進行評比，找



出各層級架構下的構面準則，其最上層為總目標，第二層為四大構面，第三層為十一個準則，資料如表 1，以作為本研究分析之案例。

表 1 一般旅館核心能力指標

一般旅館核心能力										
員工潛力		員工職能				組織外部		組織內部		
動機 特質	人格 特質	溝通 能力	技術 能力	模式 執行	人力 資源	資訊 互動	行銷 服務	公共 安全	財務 控制	作業 管理

接著，委請 10 位產官學的評審專家，針對一般旅館核心能力的評估問題，根據模糊綜合評價矩陣與熵權法，以 S 商務旅館為例，說明此建構指標的可行性與可靠性。最後，從這家商務旅館進行模糊綜合評價法，以得出一個最佳的評估結果，其具體的處理步驟如下：

Step 1：建立因素集 U

因素集是影響評估對象的 11 種準則(因素)所組成的集合，通常以 U 來表示，即 $U = \{ u_1, u_2, \dots, u_{11} \}$ 。

Step 2：建立評價集 V

評價集是評判者評估對象可能作出的 5 種評價結果所組成的集合，通常以 V 來表示之，即

$$V = \{ v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 \} = \{ \text{優秀, 良好, 中等, 一般, 差} \}。$$

Step 3：單因素的模糊評價 r_i

首先，對因素集 U 中的每一因素 $u_i (i = 1, 2, \dots, 11)$ 作因素評估，關於因素 u_i 具有評語 $v_j (j = 1, 2, \dots, 5)$ 的隸屬程度 $0 \leq r_{ij} \leq 1$ ，從而得出第 i 個因素的單因素評價集 $r_i = (r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{i5})$ ， $i = 1, 2, \dots, 11$ 。

Step 4：構造模糊評價矩陣 $R = (R_1, R_2, R_3, R_4)^T$

把所有因素評價集的隸屬度，組成一個第三層的模糊綜合評價矩陣 R 。

以 S 商務旅館為例，其

$$R_1 = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.4 & 0.3 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.4 & 0.3 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix}; R_2 = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.6 & 0.3 & 0.1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.3 & 0.5 & 0.1 & 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0.5 & 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.2 & 0.3 & 0.3 & 0.1 & 0.1 \end{pmatrix}; R_4 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.3 & 0.1 & 0.1 & 0 \end{pmatrix}。$$

Step 5：確定各因素的權向量 W

在進行綜合評價時，必須給出每個因素在總評價中的重要大小權重 W ，

$$W = (W_1, W_2, \dots, W_{11})$$



$$H_i = -k \sum_{j=1}^5 r_{ij} \times \ln r_{ij}, \quad k = 1/\ln 5, \quad i = 1, 2, \dots, 11.$$

$$H_1 = 0.7952; H_2 = 0.7952; H_3 = 0.8814; H_4 = 0.7259; H_5 = 0.5579;$$

$$H_6 = 0.7952; H_7 = 0.7259; H_8 = 0.7584; H_9 = 0.9350; H_{10} = 0.7259;$$

$$H_{11} = 0.7259; \sum_{i=1}^{11} H_i = 8.4219.$$

故各準則之權重為

$$W_1 = 0.0794; W_2 = 0.0794; W_3 = 0.0460; W_4 = 0.1063; W_5 = 0.1715;$$

$$W_6 = 0.0794; W_7 = 0.1063; W_8 = 0.0937; W_9 = 0.0252; W_{10} = 0.1063;$$

$$W_{11} = 0.1063.$$

Step 6：求出模糊綜合評價 B

對 S 商務旅館而言，模糊綜合評價 B ，表為

$$B(S) = W \cdot R = (0.4026, 0.3692, 0.1382, 0.0829, 0.0071).$$

Step 7：綜合評價

1. 根據最大隸屬度原則

由 S 的模糊綜合評價 $B(S)$ ，可知 S 商務旅館的核心能力達到『優秀』等級。

2. 加權平均法

若將該商務旅館的核心能力的評估狀況劃分為優秀、良好、中等、一般及差，對應的分數分別為 9.5 分、8.5 分、7.5 分、6.5 分及 4.5 分，其中以 9.5 分表示為『優秀』($C \geq 9$)；以 8.5 分表示『良好』($8 \leq C < 9$)；以 7.5 分表示『中等』($7 \leq C < 8$)；以 6.5 分表示『一般』($6 \leq C < 7$)；以 4.5 分表示『差』($C < 6$)；則 S 商務旅館的模糊綜合評價分數為 8.5701 分，達到『良好』等級。

3. 修正加權平均法

若採用適當的量化指標處理，把 b_j 的下標作為量化指標 j ，而把 b_j 看成歸屬於第 j 類的權重，然後求其加權平均值 C ，將其評價結果採四捨五入法，即可知歸屬於評價集 A 中的哪一類指標。

$$C = \sum_{j=1}^5 j b_j = 1.9228 \approx 2$$

所以， S 商務旅館的依修正加權平均 $C=2$ ，歸類於第 2 類，表示達到『良好』等級。

5. 結論

本文採用熵權和模糊綜合評價相結合分析評價方法，建立旅館核心能力的評估模型，對 S 旅館核心能力進行評價，顯示被評價的績效表現良好。本文方法概念清晰、含意明確，能有效解決人為因素存在的弊端，同時該法計算不複雜且易於計算，操作性強，為該研究為評價績效提供一種合適的思路和方法，從而為更好地提升管理水平提供了新的有效方法。



參考文獻

1. 胡寶清(2010),「模糊理論基礎」,武漢大學出版社,武漢,2nd。
2. 劉合香(2012),「模糊數學理論及其應用」,北京:科學出版社。
3. 劉姿妤(2008),「一般旅館核心能力指標建構之研究」,開南大學,觀光與餐飲旅館學系,碩士論文。
4. 郭信霖(2011),「使用AHP-群決策建構餐飲服務品質評估指標」,餐旅管理研究所碩士在職專班碩士論文。
5. C.Y. Cheng, X. Qian (2010),“ Evaluation of Emergency Planning for Water Pollution Incidents in Reservoir Based on Fuzzy Comprehensive Assessment” *Procedia Environmental Sciences*, 2, pp.566–570.
6. Jing Cheng, Jian-ping Tao (2010),“ Fuzzy Comprehensive Evaluation of Drought Vulnerability Based on the Analytic Hierarchy Process---An Empirical Study from Xiaogan City in Hubei Province,” *Agriculture and Agricultural Science Procedia*,1, pp.126–135.

