

台灣、中國與香港國小數學教科書 幾何教材之內容分析

徐偉民*
國立屏東教育大學

林美如**
高雄縣水寮國小

本研究旨在探討台灣、中國與香港兩岸三地國小數學教科書，幾何教材內容呈現的情形。研究對象為台灣九年一貫課程康軒數學、中國義務教育課程標準實驗教科書和香港二十一世紀現代數學。本研究採用內容分析法進行分析，來比較兩岸三地幾何教材教學目標和教材呈現的異同。結果發現，兩岸三地幾何教材在概念編排的組織和順序上，均符合van Hiele幾何認知發展理論，不過幾何教材內容的呈現有各自的特色與著重的焦點：中國幾何教材注重空間概念的發展，並融入幾何史的內容；香港幾何教材重視操作與生活化，且內容範圍較深較廣；台灣教科書多呈現開放性問題，空間概念的呈現較少。本研究的結果，可做為教科書編輯或教師教學時之參考。

關鍵詞：內容分析法、國小教科書、幾何教材

*徐偉民 國立屏東教育大學數理教育研究所助理教授

**林美如 高雄縣水寮國小教師



壹、緒論

一、研究動機

教科書是中小學學生學習生活最重要的一部份，不僅提供了教學內容和順序(Nicol & Crespo, 2006)，也影響了教師的教學實施(Lloyd, 2008)。Grouws等人(2004)的研究發現，有超過2/3的4-8年級的教師，數學課讓學生學習教科書內的數學問題；1999年「國際數學與科學成就趨勢調查」(Trend in International Mathematics and Science Study, TIMSS)的教學影片研究中，發現有98%的數學課都是以使用教科書為主(Stein, Remillard, & Smith, 2007)。雖然，教師對於教科書的詮釋以及師生在教室內的互動，也是影響學生數學學習的關鍵，教師也不見得會完全依據教科書的內容與精神來進行教學，但不可否認教科書是學生數學學習的主要依據。Tarr等人(2008)指出，雖然教師在進行數學教學時，受到了自己的信念、知識、和學生等因素的影響，但教科書仍是影響教師教學的關鍵因素之一；Stein等人(2007)發現美國兩種主要版本的數學教科書，在教材內容呈現的順序和方法、呈現的焦點、和教材組織的形式三方面都有很大的差異。教科書內容組織與呈現的差異，將會影響學生的數學學習表現。

近十年來，台灣中小學的數學課程，歷經了數次的改革，從學科本位、學生本位到能力本位的發展歷程(鍾靜，2005)。從強調知識的獲得、知識建構、轉向強調能力培養。這主要是受到數學教育改革潮流的影響，從過去重視數學知識結構、基本計算技巧與例行性問題的練習，轉向強調學生主動建構數學知識的觀點(Anderson, 2003; Becker & Selter, 1996)，以及主張在高科技和變化快速的社會中，學生除了具備基本的知識和技巧外，還要培養多元的觀點、人際溝通和團隊合作等能力(Lott & Souhrada, 2000)。對於數學教育目標和觀點的改變，會直接反應在數學課程的編寫和呈現上。而海峽對岸的中國，自2000年來開始進行大規模教育改革的運動，重新制訂課程標準，並逐年完成教科書的重新編寫(鍾啓泉、孔企平，2003)；香港也受到數學教育改革潮流的影響，在1997年成立課程專責委員會來全面檢討香港課程(Lam, 2008)。在語言和文化相近的兩岸三地，都受到數學教育改革潮流的影響，進行課程全面的檢視和修改，其數學課程改革的方向一致嗎？數學教科書內容呈現的方式有何異同？這些都值得進一步探討與瞭解。

「幾何」不但是世界各國數學課程主要的學習內容之一，也是TIMSS和「國際學生評量計畫」(The Programme for International Student Assessment, PISA)等國際大型測驗中主要的項目之一。Clements和Battista(1992)指出，幾何不但可以作為學習其他數學主題或科學題材的工具，加強幾何的空間思考，將有助於高層次數學創造和思考能力的發展；美國數學教師協會(National Council of Teachers of Mathematics, NCTM)指出，幾何的想法和思考對於數學表徵、數學其他領域、以及真實情境問題的解決上是有利的(NCTM, 1989)，同時也是學生學習推理和瞭解數學結構公設的關鍵(NCTM, 2000)。從課程和國際測驗的內容、學者和NCTM的主張來看，



都可以瞭解到幾何主題學習的重要性。近年來台灣的學生雖然在TIMSS 2003、2007的測驗中表現突出，可是比較學生在不同數學範疇的得分來看，發現學生在幾何的部分表現較差(Mullis, Martin, & Foy, 2008; Mullis, Martin, Gonzales, & Chrostowski, 2004)。林碧珍和蔡文換(2003)指出，台灣學生在TIMSS 2003測驗中幾何表現較差的原因之一，是來自台灣幾何教材的學習比其他國家來得晚。這是否意味著台灣學生幾何概念表現較差的原因，和教科書中幾何教材的目標或呈現方式有關？而對岸的中國和香港，其數學教科書如何呈現幾何教材的內容？這些都引發研究者的興趣。同時希望藉由教科書的分析比較，來瞭解兩岸三地數學課程目標和教材呈現方式的異同，以提供台灣教科書日後編修的參考。

二、研究目的

由上所述，本研究將以幾何教材為焦點，進行分析和比較，以達成以下兩個目的：

- (一) 分析台灣、中國與香港小學數學教科書中，幾何教材教學目標之異同。
- (二) 分析台灣、中國與香港小學數學教科書中，其教材之主題分布、教學活動內容之異同。

貳、文獻探討

一、兩岸三地的數學課程

(一) 數學課程的整體目標

台灣九年一貫的數學課程，課程設計以學生為主體，以生活經驗為重心，培養現代國民所需的基本能力。同時，除了希望學生能掌握數、量、形的概念與關係外，更希望培養學生的數學素養、發展解決問題、表達與理性溝通、批判分析、以及欣賞數學的能力，以成為未來世界的公民(教育部，2003)。為了強調統整的概念與帶著走的能力，九年一貫暫行綱要數學領域將學習主題分為：數與量、圖形與空間、統計與機率、代數和連結五大範疇，並將國中小的學習歷程分為四個階段：第一階段為一至三年級，第二階段為四、五年級，第三階段為六、七年級，第四階段為八、九年級(教育部，2000)。

中國數學教育的改革自1950年開始起步，其中在文革時期遭受到全面的破壞，直到最近二十年，為了符合時代發展與素質提升的要求下，才再度邁入全面改革。中國於1999年全國教育工作會議後，制定了中小學各學科的課程標準，逐步來取代1986年制定的教學大綱(鍾啓泉、孔企平，2003)。2007年完成的國小第一至十二冊的「義務教育課程標準實驗教科書」，為中國教育改革提供了完整的統一版本。從數學課程標準來看，中國小學數學課程的目標希望學生在數學知識與技能、數學思考、解決問題、情感與態度四方面都能獲得充分的發展(北京



師範大學出版社，2005）。並且將義務教育的數學課程分為三個學段：第一學段一到三年級，第二學段四到六年級，第三學段七到九年級。而在第一學段學習的主題有數與代數、空間與圖形、統計與機率、實踐活動；第二學段學習的主題除了將第一學段的實踐活動改為綜合應用外，其餘主題相同。

香港在1997年成立課程專責委員會來全面檢討香港課程，明訂出數學新課程設計的方向和原則，應以學生為中心，發展學生探究、推理、解題和溝通的能力，建立數學學習的信心與正向態度，並能欣賞數學之美與瞭解數學與文化的關係(Lam, 2008)。意即，香港小學數學教學的目標在於引起學生對數學學習的興趣；誘導學生理解及掌握數學的基本概念和計算技巧；發展學生的思維、傳意、解難及創造能力；建立學生的數字感和空間感；培養數和圖形的規律及結構的欣賞能力等（香港教育署，1999）。香港數學課程和中國一樣分成三個學段來規劃，內容包括了數、圖形與空間、度量、數據處理、代數等五個學習範疇（香港課程發展議會，2000）。

（二）幾何教材的目標

台灣幾何教材目標以條列式的內容，分階段呈現應達成的能力，第一階段的目標強調操作與觀察，第二階段著重認識幾何形體基本性質，第三階段則透過操作認識性質後，學會各種變換組合。台灣幾何教材的教學，特別強調應該參考幾何歷史發展的軌跡與學生認知發展的階段，讓學生發揮、拓展其幾何直覺，並在操作中，認識各種簡單幾何形體與其性質，再慢慢加入簡單的推理性質與彼此之間的關係，為銜接國中幾何的教學做好準備（教育部，2000）。

中國的幾何教材在第一學段中，學生將認識簡單幾何形體，感受平移、旋轉、對稱現象，學習描述物體相對位置的一些方法，進行簡單的測量活動，建立初步的空間觀念。在教學中注重與日常生活的連結，讓學生在觀察、操作等活動中，獲得對簡單幾何形體的直觀經驗。在第二學段中，學生將瞭解一些簡單幾何形體的基本性質，進一步學習圖形變換和確定物體位置的方法，發展空間觀念。在教學中強調學生探索現實世界中有關空間與圖形的問題，讓學生透過觀察、操作、推理等手段，逐步認識簡單幾何形體的形狀、大小、位置關係及變換，並進一步發展學生的空間觀念（北京師範大學出版社，2005）。

香港針對過去教科書的幾何教材進行分析時，發現教科書在處理圖形與空間的課題時，忽略了具體活動對於建立學生空間感的價值。只透過書面方式的習題，要求學生想像空間的運作，超過了小學生認知發展的階段，學習上容易發生困難或迷思概念(Kan, Ma, So, & Wong, 1995, 1996)。因此在新教材目標中指出，教授圖形與空間概念時，教師應盡量讓學生觸摸和觀察幾何圖形，並用數學語言來描述。教師亦必須讓學生透過直觀、實際操作去認識和掌握圖形的特性。同時，學生必須透過分析、綜合和比較等思維過程去認識圖形與周圍事物間的數量關係，以及從觀察中認識圖形間的相互位置，進而培養學生的空間感（香港課程發展議會，2000）。



從兩岸三地數學課程的目標來看，除了強調數學概念和技巧的學習外，也注重溝通、推理、探究等數學能力的培養，並強調數學欣賞等情意方面的發展。同時，均採用分階段的方式，來規劃不同階段的數學學習目標和內容；而在幾何教材的目標上，也都強調透過觀察、操作、分析和比較中，來認識和掌握幾何形體和圖形的基本性質，並進一步發展學生的空間感等。兩岸三地數學課程和幾何教材的比較如表1，從表1中可以看出兩岸三地數學課程目標有很高的相似性。

表1 兩岸三地小學數學課程目標比較表

項目		台灣	中國	香港
數學課程整體目標		培養數學素養、發展解決問題、表達與理性溝通、批判分析、和欣賞數學等能力	在數學知識與技能、數學思考、解決問題、情感與態度四方面都能有充分的發展	發展探究、推理、解題和溝通的能力、建立數學學習的信心與正向態度，欣賞數學的能力
幾何教材的目標	第一階段	透過探索和操作來認識簡單的幾何形體，初步認識幾何形體的要素	透過觀察和操作認識簡單的幾何形體，建立初步的空間觀念	透過直觀、操作去認識和掌握圖形的特性，透過具體活動來培養學生的空間感（並未指出各階段學習的目標）
	第二階段	學習運用幾何形體的構成要素及其數量性質（如角度、邊長、面積）	在操作推理中瞭解幾何形體的基本性質，進一步發展空間觀念	
	第三階段	透過形體的分割、拼合、變形（換）等操作，了解形體的性質、幾何量的計算及非形式化推理。透過方位描述、立體模型的展開與組合來培養空間能力及視覺推理		

二、幾何課程相關的理論

幾何課程相關的理論最熟為人知的就是Piaget學派和van Hiele有關兒童幾何思維的理論。Piaget, Inhelder和Szeminska(1960)將兒童的幾何概念發展，分成不同的發展階段：（1）拓樸概念階段。此階段的兒童僅能掌握拓樸學的圖形概念，只注意到圖形的封閉曲線，能區分內部或外部，但卻忽略正確的形狀及邊長、角度、大小等關係；（2）射影幾何概念階段。此階段兒童可以射影幾何概念，首先在桌面兩端指出定點，要求兒童依此兩定點做一直線，此階段的兒童能利用直線投影，排成一直線。此時，圖形不再是單一存在，而是彼此間有關係存在；（3）歐基里德幾何概念階段。兒童的射影幾何概念伴隨著歐基里德幾何學概念的發展，大約在5歲以後，對於圖形的認知不再受到視覺的影響，他們知道不管圖形怎樣移動，形狀、大小均保持不變；（4）座標概念或參照系統。空間概念發展成熟後才能具備座標概念，通常兒童



若能運用上下的關係將許多點連起來，並能找到一個基準點，去表示此線上某一點的位置，這就是縱坐標的概念。若能協調上下與左右的坐標，就有平面坐標的概念。

van Hiele夫婦亦從認知發展的角度，提出了幾何學習發展的五個層次：(1)視覺期。兒童能透過圖形的整體外觀輪廓辨認，學習其名詞、辨認或再造出一個與指定圖形的相同圖形，但不能利用圖形的特徵或組成要素來分析；(2)分析期。此時期兒童考慮的是一整組的形狀，而不是只對單一的圖形的認識。能分析與察覺圖形特徵及組成要素，但不能解釋性質之間的關係；(3)非形式化演繹期。在這個層次的兒童能瞭解、掌握、運用構成圖形的各種要素，並且能夠更進一步探求各種圖形特徵，以及各圖形間的包含關係。同時能了解定義，並解釋非正式的論證，但不能了解證明定理的重要性，不能由不熟悉的基本前提去證明結果的成立；(4)形式演繹期。兒童此時對於幾何圖形不只是視覺觀察、分析圖形屬性或記憶圖形性質定義，而是能夠加以證明。能理解充分或必要條件的內在關係，能發現正逆命題之間的差異性，同時能對幾何的公理系統做推論；(5)嚴密期。學習者不僅在某一個幾何系統中做推論，而且能在不同公設系統間進行比較分析，也可以瞭解抽象推理幾何，甚至可自創一種幾何公設系統（引自劉好，1994）。

Piaget與van Hiele的幾何思維發展的觀點，主要有兩點的差異：(1)Piaget的實驗並不著重安排學習過程的課程，純粹觀察兒童對實驗設計的反應；van Hiele則明確指出教師教學的焦點，再針對教學探究學生學習幾何概念的發展結果；(2)Piaget指出，兒童的思考不同於大人，從大人觀點出發的研究不能了解兒童行動的背後想法；van Hiele認為，各層次間的成長過程主要是依賴教師的指導，與兒童年齡的成熟度無關，因此透過教師指導可以達到各不同層次。

三、數學教科書相關的研究與重要性

數學課程的研究，在過去比較少受到關注，這從Grouws(1992)主編Handbook of research on mathematics teaching and learning的書中，沒有和數學課程相關的章節，可以瞭解到1970、80年代時，數學課程和學生數學學習之間的關係不是當時學者所探究的焦點。後來受到“*No child left behind*”政策的提出，以及NCTM(1989)出版的《Curriculum and evaluation standards for school mathematics》一書的影響，使得學界開始重視數學課程與學生數學學習結果之間關係的研究，以檢驗所提出的課程計畫或發展課程的有效性(Stein, et al., 2007)。在台灣，數學課程的研究也開始在起步的階段，許多人從教科書的議題切入，採用內容分析的方法，來進行教科書內容的比較分析，包括進行國內不同版本或與台灣與其他國家教科書的比較（吳麗玲，2006；林美如、徐偉民，2007；莊月嬌、張英傑，2006；廖婉琦，2004）；在國外，Stein等人(2007)回顧過去教科書內容本位的相關研究時，發現美國兩種主要版本的教科書，在內容的呈現上，有明顯的差異存在（如表2）。教科書內容呈現的差異不僅會影響教師的教學實施，更會影響學生的學習結果(Stein, et al., 2007; Tarr, et al., 2008)。這就是為什麼教科書相關研究受到重視的主要原因。



再以近年來大型國際測驗的舉辦和結果公布的情況來看（如TIMSS、PISA），使得各國愈來愈重視學生在數學方面的表現。測驗的結果一方面反映了各國數學教育實施的成效，另一方面也反映了各國學生所具備的數學知識、能力和態度，而課程和教學正是影響學生數學學習表現的主要因素。因此，本研究針對課程的面向，採用內容分析法，以台灣中國和香港兩岸三地的數學教科書為對象，針對台灣學生國際測驗中表現較差的幾何內容，進行教材的分析和比較。希望從分析和比較中，來瞭解自己數學課程的特色與不足之處，作為日後教材編寫或教學實施的參考。

表2 美國兩種不同版本的教科書內容呈現的差異對照表

版本 向度	傳統版本	標準本位版本
內容呈現的 順序和方法	直接呈現學生學習的內容，透過仔細的順序安排，讓學生從基本的概念和技巧，逐漸學會比較高層次的技巧與能力。	不直接呈現學生所要學習的概念，希望透過活動的主要探索中，讓學生從思考與推理中去歸納所獲得的概念。
呈現的焦點	強調程序的熟練，所以不鼓勵使用計算機。	重視概念的理解，焦點擺在應用與解題上，鼓勵使用計算機來增加處理問題時的心智空間。
教材組織的 形式	以數學的主題作為單元和章節組織的依據，採用螺旋式的方式來組織，讓學生逐漸加深加廣的理解與學習。	採用模組式的組織方式，把不同的數學主題組織成一個大概念的模式，讓學生在學習中可以同時學習好幾個數學概念，甚至是跨年級的概念。

參、研究方法

一、研究方法

本研究採用內容分析法(content analysis)，王文科(2002)指出內容分析亦稱資訊分析或文獻分析。在許多研究的領域中，常需要透過文獻的分析或文件資料的彙整而獲得一些完整的資訊。因此，內容分析法便常應用於許多文件分析的研究中。

Berelson指出內容分析法是對明顯的傳播內容作客觀而有系統的量化（引自楊孝濤，1985）。但此定義在今日已經顯得範圍過於狹窄，因此歐用生(1994)認為內容分析法為透過量化的技巧以及質的分析，採客觀與系統的態度，進行文件內容的研究及分析，藉以推論產生該文件內容之環境背景和意義的一種研究方法。

本研究先採用定量分析的方式加以統計，以瞭解兩岸三地在幾何教材目標上的差異；再以質性分析方式，探討三地幾何教材的內容呈現上的差異。因為面積、體積等量的實測部分，常



與幾何形體密切相關，因此在分析幾何教材時，關於幾何量的部分也列入分析。

二、分析單位與類目

歐用生(1994)指出，內容分析的單位最常使用的有：字、主題、人物、項目、時間與空間單位、課、章、段、詞、句、頁等，研究者依照其研究目的而設定各種分析單位。分析單位的形成可分為兩種形式：一為依據理論或過去研究結果發展而成，一為研究者自行視需要與內容分析對象的性質而定。

本研究的數學教科書沒有章、節的分類；而單元、課包含的概念很多，也不宜作概念之分析；段有長有短，每段落包含的概念數量不一，不宜作為量化的標準；以詞、句、字為分析單位時，常因數量過多，費時費力，對大量資料之分析，易於斷章取義，趨於瑣碎。因此本研究採用單元中的「活動」作為分析單位，研究者根據教學指引，將課本內的教學活動依據分析類目表進行分類計數。計次時，分析範圍以教科書為主，習作、前言、目次、編輯要旨、教學指引等不列入計數範圍。

王文科(2002)指出，類別與研究目標有關，資料如被劃歸在某一類別，就不能同時劃入另一類別，因此各個類別是力求周延、互斥與獨立的。同時過去的研究也發現，大多數小學生只能達到van Hiele理論中前三個階段（劉秋木，1996）。因此本研究根據van Hiele的幾何認知層次的前三階段（視覺期、分析期、非形式化演繹期），再參考美國NCTM(2000)數學課程標準中對於幾何內容的分類，以及莊月嬌和張英傑(2006)對於國小幾何教材的分類，得出小學幾何教材內容分析類目表，如表3。

表3 小學幾何教材內容分析類目表

主類目	次類目
1.幾何形體的辨識與建製	1-1觀察、辨認、分類、命名
	1-2描繪、仿製、建造幾何形體
2.幾何形體之操作與變換	2-1理解平面鋪設與立體堆疊
	2-2切割、重組圖形並解決問題
	2-3理解相似、全等性質並利用變換作檢驗
	2-4平移、翻轉與旋轉圖形，並預測結果
	2-5利用變換檢查物體各種對稱
3.幾何形體之性質分析	3-1理解形體組成要素及特徵
	3-2發展詞彙描述幾何形體的要素
	3-3認識幾何圖形的定義
	3-4認識垂直、平行等性質
	3-5經由推論認識公式並解決問題
	3-6探究各類性質間的關係



4.幾何形體之空間概念	4-1從平面表徵，辨認與建造一個立體物體
	4-2運用詞語表達位置及方位
5.幾何形體的解題	5-1測量幾何形體
	5-2應用公式解決問題

三、研究對象

(一) 台灣康軒數學

台灣教科書版本眾多，因此選擇使用率較高之一的康軒版數學為研究對象（康軒教育網，2004）。台灣數學教材有九年一貫暫行綱要與正式綱要銜接問題，而且目前正綱發行的版本只到四年級，因此本研究決定採用依照暫行綱要編寫之版本，自2001年開始發行之小一課本，至2004年為止發行完畢之小六課本為分析的對象。國小數學教材共有十二冊，每冊都包含幾何概念的單元內容。康軒數學與幾何概念相關之教材之單元共計98個活動數，全部都可以歸類到本研究發展的分析類目中，可對應之活動數達100%。

(二) 中國義務教育課程標準實驗教科書

「義務教育課程標準實驗教科書」為人民教育出版社所發行，在第一至十二冊中，與幾何相關之「空間與圖形」教材之單元共計84個活動數。其中，三年級上冊第一單元測量，內容包含兩部分，一部分是本研究所需要的幾何量，另一部份是容量單位的認識。容量單位與本研究無相關，因此本單元只登錄幾何量的部分。同樣是三年級上冊，第三單元出現了估計物體長度的活動，估計長度是屬於幾何量的量感部份，內容分析表中並無相關類目。在全部84個活動數中，只有一個活動難以對應到內容分析表的類目，可對應之活動數達98.7%。

(三) 香港二十一世紀現代數學

香港二十一世紀現代數學是根據2002年數學課程指引編寫而成。近年來香港教統局鼓勵學校發展「校本課程」，配合學生的程度與其他參考書籍，來發展學校的「自我課程」，以擺脫過去依循教科書單一內容的情況（梁興強，2008）。雖然如此，教科書市場的競爭依然激烈，不僅版本多且生命期短（陸國燊，2002）。在小學教科書市場中，學校可選擇的版本平均有九個版本可選擇，並無獨大的出版商。香港教統局將教科書推薦書目表列於網站上，研究者採隨機抽樣方式，選擇二十一世紀現代數學作為研究樣本，於2002年出版之一到六年級課本。

香港的教科書共計221個活動數，其中，一下B第21單元長度的量度，找出適含量度的物品或永備尺，隱含數字概念中參考點及估測；六上B第20單元繡曲線所含的兩個活動：「來做繡曲線」、「欣賞繡曲線」無法歸類到本研究發展的分析類目中。除了這三個活動之外，其餘218個活動均可歸類到本研究發展的分析類目中，佔全部的98.6%。



四、信度分析的過程和結果

楊孝滌(1985)指出內容分析之信度檢定，目的為檢測研究者分析的類目及分析單位是否能夠將內容歸入相同的類目中，並使所得的結果一致。歐用生(1994)認為信度直接影響內容分析之結果，至少要有兩個編碼員，以獨立自主的立場，共同分析資料。不同編碼員一致性愈高，內容分析的信度也愈高；一致性愈低，內容分析的信度也愈低。因此本研究以「相互同意度」進行信度檢定，邀請二位評分員，一位為資深國小教師，另一位擔任縣數學輔導團團員，連同研究者三人，進行「評分員的一致性」的信度檢定。本研究信度分析的過程和步驟如下：

- (一) 選取樣本：本研究抽取樣本的方法是將三地課本中所有的單元列出，再從三地教材及綱要中，以隨機取樣方式進行。因為中國教材內的單元數最少（共17個單元），但單元內處理的概念較多（有些相同，有些多1-2個概念），所以決定抽取台灣、中國和香港數學教材各10、8、10個單元。三地教材共抽出28個單元，再列出選取單元中的活動。
- (二) 說明：將分析類目表及其定義分發給評分員閱讀，說明歸類的方式及原則，並針對類目表中的問題加以釐清。
- (三) 歸類：兩位評分員與研究者針對類目表的問題溝通後，以隨機抽樣的原則，獨立進行類目歸類工作。
- (四) 信度計算：將歸類之結果利用公式進行信度的計算，其公式如下（歐用生，1994）：

1. 相互同意值(P_i)

$$P_i = \frac{2M}{N_1 + N_2} \quad \text{【}M\text{：表兩人共同同意的項目數】、【}N_1\text{及}N_2\text{：每位評分員同意的項目數】}$$

2. 平均相互同意值(P)

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n P_i}{N} \quad \text{【}N\text{：表評分者兩兩相互比較的總次數】}$$

3. 信度(R)

$$R = \frac{nP}{1 + [(n-1)P]} \quad \text{【}n\text{：評分員總人數】}$$

在信度考驗的結果上，在教材目標方面，研究者與兩位評分員之間的相互同意值如表4；在教材活動內容方面，研究者與兩位評分員之間的相互同意值如表5。



表4 教材目標信度結果

評分員	甲	乙
乙	0.91	
研究者	0.92	0.88

平均相互同意值 P = 0.9
信度 R = 0.96

表5 教材活動內容信度結果

評分員	甲	乙
乙	0.89	
研究者	0.85	0.92

平均相互同意值 P = 0.89
信度 R = 0.96

五、效度考驗的過程和步驟

本研究考驗效度的過程如下：

- (一)理論依據：研究者根據van Hiele的幾何認知發展的層次，再參考美國NCTM(2000)、莊月嬌和張英傑(2006)對於幾何教材概念的分類等文獻，發展出小學幾何教材內容分析類目。意即本研究所發展的分析類目，具有幾何認知理論和幾何概念分析文獻的支持。
- (二)為使內容分析的類目完備周全並符合研究的需求，先對兩岸三地幾何能力指標及中國義務教育課程標準實驗教科書第九冊、香港二十一世紀數學第十冊、台灣康軒數學第十一冊試作初步分析。
- (三)初步分析後，研究者將分析過程遇到之問題與評分員討論，並對分析類目進行細部調整。
- (四)最後經具有數學教育專長的大學教授檢驗修訂後，確定分析的類目，以合乎研究的需要。

根據上述過程，本研究之內容分析類目不僅包含專家效度，也有充足的理論依據。先參考幾何認知相關的理論和概念分類的研究文獻，取得「理論型效度」，再經具有數學教育專長的大學教授檢驗修訂，以建立「專家效度」，使本研究發展的分析類目更切合本研究的需要。

六、資料分析

本研究的分析範圍以課本內容為主，以「活動」為分析單位，並根據自行發展的分析類目，將每個活動分類並登錄於其隸屬的類目中。分類登錄的方法說明如下：

- (一)每個活動只登錄在一個次類目中。王文科(2002)指出，分析的類目應該是彼此獨立且互斥的，因此任一活動如被劃歸在某一類目，就不能同時劃入另一類目中。
- (二)每個活動之正文及圖表中，若呈現兩個以上之次類目，則以該活動主題或主要呈現的類目來計次。



七、資料處理

本研究資料處理部份分爲二方面，一爲教科書中幾何教材編排之「量」的分析，另一爲「質」的分析。在量的分析方面，主要是統計類目出現的次數與所佔的百分比，來探究各類目在教科書中呈現的情況；在質的分析方面，搭配教科書中的內容，歸納整理並分析教科書中幾何教材知識內容與呈現方式，以圖表爲輔，使研究分析結果更爲周延深入。進行步驟如下：

- (一)閱讀三地小學數學教科書，不只幾何教材單元，其他單元也要熟悉，一方面可以將活動分類在類目表中，另一方面也能了解不同教科書的內容。
- (二)將相關的內容歸類，整理後將整體的內容摘重點陳述。
- (三)探討課程目標與教材呈現之間的關係。

肆、結果與討論

一、台灣、中國、香港幾何教材目標之分析

從三地幾何教材整體目標的數量來看，中國有43條目標最多，台灣37條次之，香港最少只有9條目標；從幾何目標在主類目上的分佈情形來看，三地在「幾何形體之性質分析」的主類目上分佈最多，台灣佔了45.9%、中國佔了32.5%、香港佔了33.3%。不過香港在「幾何形體的辨識與建置」和「幾何形體之空間概念」的類目上，同樣佔有33.3%；從次類目來看，台灣和中國在「觀察、辨認、分類、命名」(1-1)、「經由推論認識公式並解決問題」(3-5)和「測量幾何形體」(5-1)三個次類目佔有較高的比例，而香港則在「理解形體組成要素及特徵」(3-1)上比例較高。整體來看，兩岸三地在幾何整體目標上有許多相似之處，都重視學生的觀察能力、幾何的性質和解題。三地的幾何教材目標在主、次類目的分佈情形如表4-1。



表4-1 兩岸三地數學課程幾何教材目標之類目分佈統計表

類目	1.幾何形體的辨識與建置		2.幾何形體之操作與變換					3.幾何形體之性質分析					4.幾何形體之空間概念		5.幾何形體的解題		
	1-1	1-2	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6	4-1	4-2	5-1	5-2
次																	
台	5	2	1	1	1	0	1	4	2	2	2	4	3	0	3	4	2
中	5	2	1	0	1	4	2	4	1	1	1	5	2	2	5	5	3
港	2	1	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	1	2	0	0
%																	
台	13.5	5.4	2.7	2.7	2.7	0	2.7	10.8	5.4	5.4	5.4	10.8	8.1	0	8.1	10.8	5.4
中	11.5	4.6	2.3	0	2.3	9.2	4.6	9.2	2.3	2.3	2.3	11.5	4.6	4.6	11.5	11.5	6.9
港	22.2	11.1	0	0	0	0	0	33.3	0	0	0	0	0	11.1	22.2	0	0
總																	
台灣	7 (18.9%)		4 (10.8%)					17 (45.9%)					3 (8.1%)		6 (16.3%)		
中國	7 (16.1%)		8 (18.6%)					14 (32.5%)					7 (16.3%)		7 (18.4%)		
香港	3 (33.3%)		0					3 (33.3%)					3 (33.3%)		0		
合計	台灣37條、中國43條、香港9條																

二、台灣、中國、香港幾何教材之內容分析

(一) 兩岸三地幾何教材內容所屬類目之分佈

從教科書中幾何相關活動在類目表中的分布情形來看，三地有很高的相似性，剛入學的一年級學生，都是以學習「幾何形體的辨識與建製」為主，但中國學生開始學習「幾何形體之空間概念」，表示中國很早就注重學生對於空間概念的重視。從四年級開始，三地的學生都進入幾何概念學習的高峰期：台灣學生四、五年級以學習「幾何形體之性質分析」為主、六年級以學習「幾何形體的解題」為主；中國學生四年級以學習「幾何形體之性質分析」和「幾何形體之空間概念」為主；香港學生四至六年級以學習「幾何形體之性質分析」和「幾何形體的解題」為主。

從比例上來看，三地小學幾何教材活動在「幾何形體之性質分析」的類目所佔比例最高，台灣佔40.8%(40/98)、中國佔38.6%(32/83)、香港佔35.8%(78/218)。這個比例和三地幾何教材目標所佔的比例接近，分別是45.9%、32.5%、33.3%。此外，中國在「幾何形體之空間概



念」的活動中，佔的比例最高21.7%(18/83)，台灣和香港在此類目分別佔8.2%(8/98)和9.2%(20/218)。三地幾何教材活動分佈如表4-2。整體來看，三地教材在幾何概念的鋪陳，符合van Hiele的幾何認知發展階段，先讓學生學習形體的外觀辨識，再進入辨認形體的構成要素與性質關係的學習。而且低年級都是注重幾何形體的辨識，中高年級則是學習幾何構成要素以及性質，最後才能學習幾何性質關係以及推理解題。

表4-2 兩岸三地數學教科書中幾何教材活動之類目分佈統計表

類目	一年級			二年級			三年級			四年級			五年級			六年級			小計			合計			
	台	中	港	台	中	港	台	中	港	台	中	港	台	中	港	台	中	港	台	中	港	台	中	港	
1	1-1	3	2	8	1	4	1	6				1							4	4	12	14	12	41	
	1-2	6	1	14	2	3	2	2	1	2	3	1			1			4	10	8	29				
2	2-1	2	2	2			2	1		1	5			3						4	3	11	16	11	34
	2-2			1		1	3		2	8									5	11					
	2-3											1		2				3							
	2-4				2				1			1	2						1	3	2				
	2-5				2			3		7	3	3						3	3	5	10				
3	3-1				1	6	1	1		1	2		1	1	1	4	2	3	9	12	40	32	78		
	3-2								6	2	1		2	1	3			2	4	2				5	
	3-3	1		1	3	1	4	1	5	2	6	5	9	4			1			16				11	20
	3-4						3				1	2							5	1				2	
	3-5							1	7	2		9	1	3	8	4		1	7	4				18	
	3-6					5		1	3	3	3	2	1	3				3	5	5				21	
4	4-1				1		1	2	2		2	4	1	1		10	5	8	11	8	18	20			
	4-2		4	1	1	3	4	3		2			5	2				3	10				9		
5	5-1	1		5	3		1		1	5	8	4		3	2		6	12	5	25	20	10	45		
	5-2								1	5	4	2	8	3	3	7	8	5	20						
小計		13	9	32	7	10	26	13	16	29	23	25	55	27	16	38	15	7	38	98	83	218	98	83	218

(二) 兩岸三地幾何教材概念呈現之異同

以本研究發展的分析主類目來檢視，發現兩岸三地的數學教材，在幾何概念呈現的方式上有以下的異同：

1. 三地立體幾何形體概念出現的時間不同

在幾何形體的辨識和建置上，香港教材一年級就出現柱體、錐體、球體等名稱，直到高年級又加深介紹性質；中國在低年級的教材中沒有介紹，但是卻出現了隱含著展開圖的意義的題目（圖4-1），教材中正式介紹展開圖的概念，是在五年級「表面積」的單元；而台灣將這部分放在五年級，出現立體幾何的名稱後馬上與性質認識同時介紹。所以，台灣的學生在五年級



之前，若是看見立體幾何的物體，是沒有相關名稱的教學呈現。因此在立體教材的辨識上，香港教科書依照難度分配概念出現的順序，而中國教科書編排層次不明顯，台灣教科書則是出現的時機太晚，無法與學生的生活經驗結合。

2. 三地都透過視覺和操作強調幾何形體的變換

三地在幾何形體的操作和變換上，教材內都以清楚且明確的圖形順序，來引導學生進行切割重組、或排列的操作。以台灣教材三下「面積的保留概念」活動為例，引導學生觀察圖形經由切割再拼湊之後，面積仍然不變。圖形切割的部分，包含了直線切割和曲線切割，讓學生清楚看到，不論採取何種切割方式，結果還是跟原來圖形一樣大小（圖4-2）。因此，三地教材都透過視覺和圖片的引導，來協助學生進行幾何形體的變換與概念的理解。

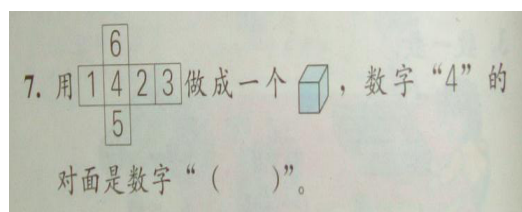


圖4-1 「圖形的排組」練習題（中國）

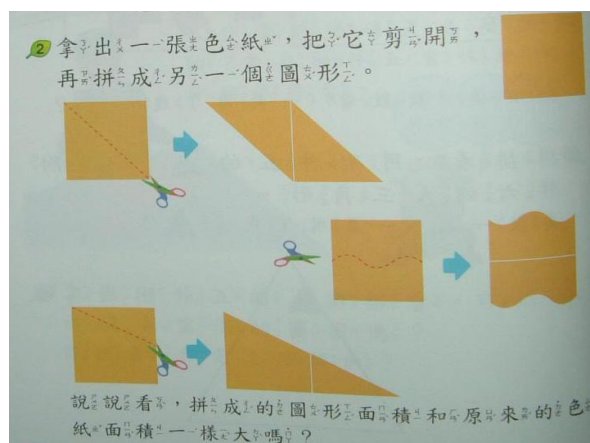


圖4-2 面積的保留概念（台灣）

3. 三地都重視幾何形體之性質和結構

在幾何形體的性質分析上，三地的教科書都佔了最高的比例，而且透過圖、表的方式，讓學生理解不同幾何形體的基本性質和構成要素。以中國教材為例，除了對於三角形與四邊形有詳細的解說，教材中更以關係圖來說明三角形包含的三種不同形式，以及各種四邊形之間的包含關係（圖4-3），這是台灣和香港教科書中所未處理的，顯示中國小學幾何教材除了重視幾何形體的性質和結構外，也希望學生透過圖形的呈現，瞭解不同幾何圖形之間的包含關係。

4. 三地空間概念呈現的焦點不同

在幾何形體的空間概念上，三地不僅呈現的比例不同（中國最高、香港次之、台灣最低），呈現的焦點也不同。中國將空間概念分別以位置和方向來介紹，偏重在應用的方面。例如三下的「位置和方向」單元，主要就是介紹方位、地圖、方位圖，並引導說出路線和使用指南針，四下進一步計算偏向和角度；香港除了有出現在中國教材的內容之外，在六上教材中還出現兩個空間抽象思考的問題，一是透過操作認識展開圖，另一是利用水面觀察截面圖；而台灣則於三下「認識立方公分」單元中，透過小立方體積木的堆疊活動和圖片呈現，來培養學生



立體空間的概念（圖4-4）。透視圖的概念在台灣教材中很少出現，而且通常是以竹籤作柱體的架構的方式來呈現。

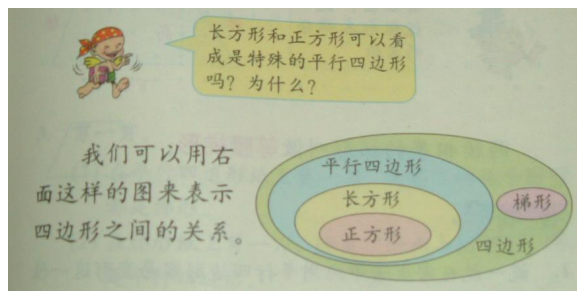


圖4-3 四邊形關係圖（中國）

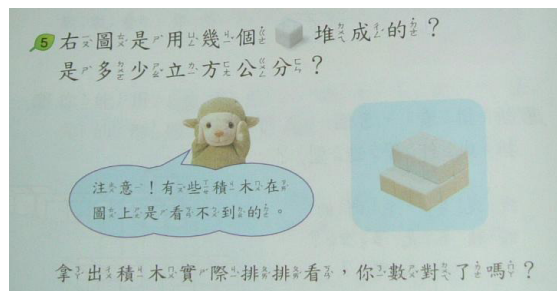


圖4-4 認識立方公分（台灣）

5. 三地都重視公式的引導和理解來進行幾何形體的解題

在幾何形體的解題上，公式的引導、理解和應用，三地的教材都以具有邏輯的步驟來協助學生理解和記憶、應用並解題。以圓面積的計算為例，因為圓周率的使用對學生來說比較陌生，學生很難自行推導得到公式，所以對學生而言是比較難理解的內容。在台灣教材中，為了讓學生瞭解圓面積公式的由來，採用將圓平分切割的方式，重新拼湊成接近長方形的圖形，引導學生從長方形面積的舊經驗中來理解圓面積公式的由來（圖4-5）；香港和中國的教科書對圓周率的處理都是採用傳統的方法，透過測量圓周與半徑求得圓周率。可見三地在幾何形體的解題上，都企圖透過操作和引導來協助學生理解幾何相關公式的意義，以便能進行幾何形體的解題。

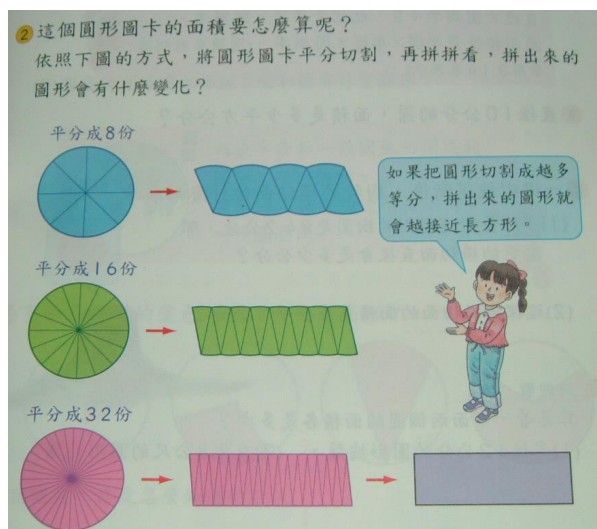


圖4-5 圓面積公式（台灣）



三、台灣、中國、香港幾何概念編排的特色

除了呈現兩岸三地幾何教材在整體目標、內容、概念呈現上的異同之外，三地教科書在幾何概念編排上，也有各自的特色存在。爲了完整的說明三地幾何概念編排的特色，所以採取各自呈現的方式，最後再進行統整和比較。

(一) 台灣

1. 強調開放式問題

一下排造型的活動中，先使用了類似七巧版的教具使學生自由做造型（圖4-6），接著再取出其中的三角形，讓學生自由排列。學生操作的題目和結果，也都是自由而開放的。例如「用四塊直角三角形可以排出哪些圖形」？這個題目單憑想像非常困難，但若是讓學生自由操作，就可發現其中一些規律，感受到平行四邊形與長方形之間的相關。

2. 以圖形外觀定義立體形體

二下立體圖形的活動中，教科書呈現的重點是介紹長方體、正方體、圓柱體（圖4-7），並分別對正方體、長方體各下了不同的定義。例如：像這樣每個面都是正方形的形體，叫做正方體。至於圓柱體則沒有對其下定義，只有簡單的對照圖片描述：這樣的形體，叫做圓柱體。至於上下兩面的圓不一樣大的滾筒狀物體，或者歪斜的圓柱，是否也叫做圓柱體？教材內並未呈現，只以簡單的標準幾何形體作爲定義的基礎。



圖4-6 排排看（台灣）



圖4-7 幾何形體的定義（台灣）



3. 不給標準答案，培養學生「帶的走的能力」

球體與圓錐體的介紹，採用將其切開的方式(圖4-8、4-9)。球體從不同地方切開，可觀察到切面有不同的大小，以最大的圓面的圓心稱做球心，此圓面的半徑才是這個球體的半徑，圖形中說明得非常清楚。課本中提出一個問題：「要怎麼切，切開後的面才會最大」？並採用逐次切開引導的模式，讓學生透過圖示來發現答案，而非直接提供學生「標準答案」。

圓錐體的示例圖除了橫切外，還採用縱切。學生對於圓錐體縱切的結果，可能會有其形狀是扇形的迷思，但事實上卻是一個三角形區域。教材內圖片的很清楚地呈現，也同時澄清了圓錐的底部是平面，並非球狀的面。除了經過頂點的縱切面之外，並未涉及其他不同的縱切方法，因為非經過頂點的縱切面，為一雙曲線的內部區域，而雙曲線的概念並非國小幾何單元學習的範疇，故教材中不呈現非經過頂點的縱切面。

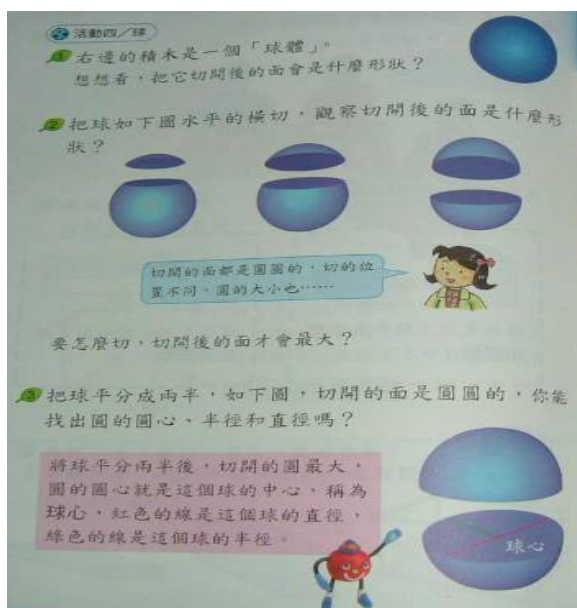


圖4-8 球體（台灣）

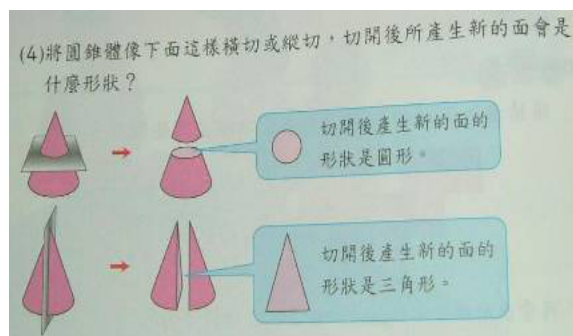


圖4-9 圓錐體（台灣）

(二) 中國

1. 同一單元含多種概念

中國的教材經常在同一個單元中包含許多不同活動，而每個活動的概念也都不同，甚至出現一個活動包含兩個概念。例如：一下「擺一擺」的活動(圖4-10)，教材中圖片有一對話提示：「用火柴棒擺出正方形」，顯然是屬於1-2類目的概念；但同一圖片中的另一對話則提示：「用四個同樣的正方形也可拼出正方形」，則是屬於2-1類目的概念。本單元主要應是讓學生能藉由模仿而仿製出另外一個相同的幾何形體，因此歸類在操作與變換的類目中，卻也同時引進了堆疊的概念。像這種一個活動包含兩個概念的情形，在中國教科書中，非常多見。



2. 延伸的內容融入數學史與相關的連結

中國教材在每個單元的最後，大部分會有一些與課程相關的延伸的內容。例如：「你知道嗎」（圖4-11），「數學遊戲」（圖4-12），「生活中的數學」（圖4-13）。除了偶會介紹數學史相關的內容，也可以增加所學習的幾何概念相關的連結，以提高學習興趣。可見中國教科書除了概念的呈現之外，也重視概念與生活經驗的連結，甚至融入數學史的相關內容。



圖4-10「擺一擺」示例圖（中國）

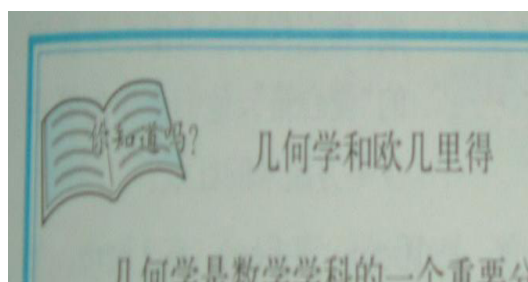


圖4-11 你知道嗎（中國）

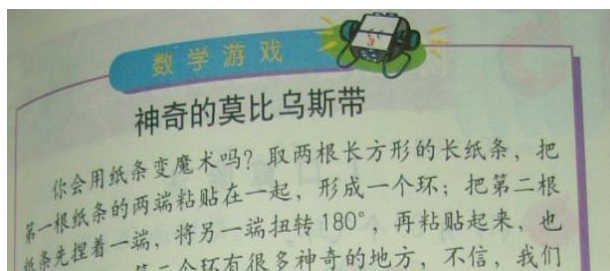


圖4-12 數學遊戲（中國）

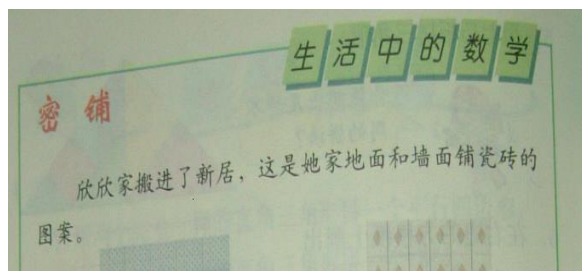


圖4-13 生活中的數學（中國）

（三）香港

1. 重視操作的學習過程

香港教材的特色是學生操作的部份很多，且透過操作來引發許多隱含的概念。例如一下「剪紙」的活動（圖4-14），該活動的示例是讓學生分別剪去三角形的三個角，剪完之後觀察看看變成幾個角。這個活動若要低年級學生憑空想像，難度是非常高的，但是透過讓學生實際的操作，學生便能在操作觀察中，發現每剪去一個角，就比原先增加一個角，逐漸感覺其中的規律，得出答案並且能思考其原因。



2.教材內容顧及不同程度學生

在四下「分割圖形」的活動中，除了基本的題型之外，另外加進許多需要思考的分割題，尤其是本單元後面附加的「考考你」活動，考了一個有些難度的問題。題目是「在右圖加畫虛線，把它分割成四個形狀大小相等的圖形」（圖4-15）。這個題目並沒有提示能切成什麼圖形，對四年級的學生來說，是一個需要憑空想像的題目，且沒有一個切割的規則可循，要解出答案並不容易。香港的教科書，在每個單元後面的題目幾乎都是進階的概念，延伸的範圍相當廣，顧及了程度較高學生的學習需求。

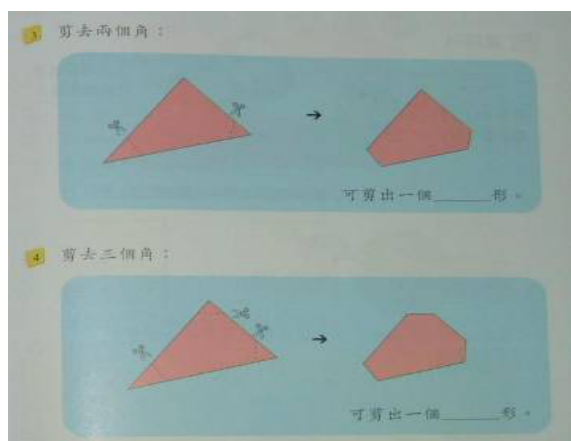


圖4-14 剪紙（香港）

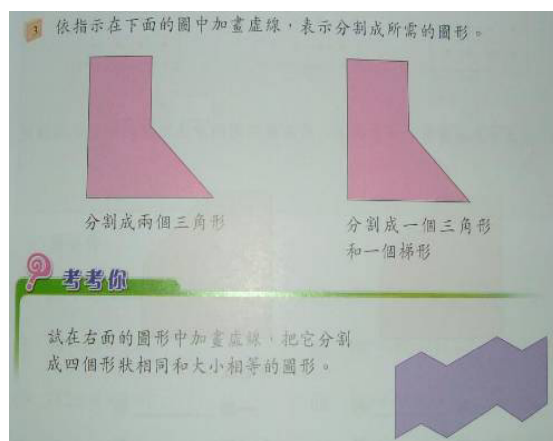


圖4-15 分割圖形（香港）

3.強調創作及欣賞

香港幾何教材也相當重視創作及欣賞的面向，特別在四下的增潤單元中，放進圖形密鋪的單元。常見的規則圖形，如三角形、正方形、長方形等，都是可以直接密鋪不需要學習的，但不規則圖形就不一定能密鋪。課本中特別指導學生，若是以三角形及正方形作切割重組後，所製作出的不規則圖形便可以密鋪（圖4-16）。這個活動可以提高學生對幾何圖形的熟悉，並促進學生對幾何的創造力及想像力。

4.與生活密切結合

學生進入高年級後的幾何學習，開始接觸立體的幾何形體，並且開始認識展開圖、透視圖、剖面圖等較抽象的幾何。香港的教材中，除了介紹這些較難懂的立體幾何形體之外，更加入了一些生活化的問題，例如：輪胎為什麼是圓柱不是角柱（圖4-17）？冰淇淋為什麼是圓錐不是角錐？足球為什麼是球體，不是正多面體？這些問題符合香港數學課程要達成實用目的的目標，並且以生活化的情境來提高學生學習的興趣，以培養正向的數學學習態度。

5.培養學生欣賞數學的能力

在六上B的增潤單元，出現了「繡曲線」的概念，這些曲線是由一些直線，經由固定規則



排列，交叉的點形成的曲線（圖4-18）。此處將其歸納在「對稱」的概念裡面，由這些規則，可以加以設計出許多很漂亮的曲線（圖4-19）。藉此培養學生的「數字感」和「空間感」，並欣賞數和圖形的規律及結構。



圖4-16 掛畫（香港）



圖4-17 立體的應用（香港）

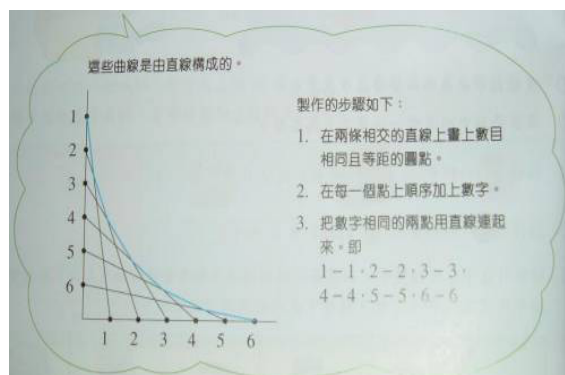


圖4-18 繡曲線（香港）



圖4-19 由繡曲線構成的圖（香港）

（四）兩岸三地幾何教材概念編排之比較

三地幾何教材概念編排的特色，其實呼應了各自設定的數學課程目標：台灣重視數學思考、推理和解決問題的能力（教育部，2000），因此許多幾何概念的呈現都採用開放性或引導性的問題，讓學生在操作觀察和討論中，培養其思考、推理和解題的能力，而非直接提供標準答案。這從七巧板的排列、幾何形體的剖面、以及圓形面積公式的呈現上，可以看出和課程目標的結合；中國除了希望學生具有數學知識與技能外，也希望學生具有數學思考、解決問



題、和正向態度等（北京師範大學出版社，2005）。因此，在每個單元的最後，都有「你知道嗎」、「數學遊戲」、「生活中的數學」等內容，一方面增加學生思考的能力，另一方面也讓數學和生活或歷史來結合，以培養學生正向的數學學習態度和情意；而香港除了重視思考、溝通、推理和解題的能例外，更強調了培養數學欣賞的能力（香港教育署，1999）。因此，概念呈現除了密切和學生生活經驗結合之外，也在增潤單元中介紹密鋪和繡曲線。其中繡曲線的概念在2001數學新修訂課程中是要刪去的，但是香港數學教育學會課程關注小組(1997)建議保留作為增潤項目，因為這是一個很好「數學欣賞」的教材，不僅有助於學生培養幾何觀，同時可以達成數學新課程中所強調的「欣賞數學之美」的目的(Lam, 2008)。由於兩岸三地在數學課程目標上很相似（見表1），所以概念編排上也有許多相同的特色，不過整體比較起來，台灣概念的編排較重視開放與引導，以培養學生帶著走的能力；中國較重視和數學史的結合，以培養正向的態度和情意；香港較重視生活經驗的結合和創作，以達成數學欣賞和思考的目的。

伍、結論與建議

在幾何教材目標的層面上，兩岸三地小學階段在「幾何形體之性質分析」的主類目上分佈最多，而且都重視學生的觀察能力、幾何的性質和解題；在幾何教材內容的呈現上，從幾何教材活動所佔的比例上來看，都和各自的教材目標一致，在「幾何形體之性質分析」中所佔的比例最高。不過，香港在「幾何形體之空間概念」教學活動所佔的比例，和其目標所佔的比例有比較大的落差(9.2% VS. 33.3%)。從活動的分佈來看，一、二年級的學生，都是以學習「幾何形體的辨識與建製」為主，四年級開始學生都進入幾何概念學習的高峰期，並以學習「幾何形體之性質分析」和「幾何形體的解題」為主。這樣的分佈基本上符合van Hiele的幾何概念認知發展階段，先讓學生學習形體的外觀辨識，再進入辨認形體的構成要素與性質關係的學習。而且低年級都是注重幾何形體的辨識，中高年級則是學習幾何構成要素以及性質，最後再學習幾何性質關係和推理解題。比較不同的是，中國學生在一年級便開始學習「幾何形體之空間概念」，四年級重視空間概念的學習，顯示中國比較重視幾何空間概念的學習。

在教材編排的特色上，中國重視數學史的融入，在部分幾何活動中會融入數學史，例如哥德巴赫猜想、歐幾里得、九章算術等；香港數學史部份相當缺乏，但重視操作與生活化，例如摺紙就在香港的教材裡普遍出現，同時每個幾何學習的單元都有教具的操作或創作的活動。此外，在內容上除了介紹基本的幾何形體外，還介紹多邊形的操作變化、多面體以及幾何圖形鑲嵌、多邊形的密鋪、多角柱及多角椎、計算弧長等內容，內容比台灣和中國還多且廣；而台灣教材中完全未提及數學史，但教材內呈現許多開放性問題，並透過圖形的引導來鼓勵學生多元思考和溝通，以培養學生「帶的走的能力」。總結來看，兩岸三地的小學幾何教材有一致的課程目標，但是在幾何概念的呈現上，中國最重視空間概念的學習，香港呈現的幾何概念較多和廣。而在教材的編排上，中國重視數學史的融入，香港重視操作和生活經驗的結合。從比較中



發現台灣幾何教材中數學史融入的缺乏、空間概念規劃的不足（空間概念在課程目標或教材內的活動，都是三地中所佔比例最低的，目標8.1%，教學活動8.2%），可以作為教師教學和教科書編輯的參考，以提升學生在幾何概念的學習表現和態度。

根據分析和比較兩岸三地幾何教材後所得到的結論，研究者提出以下的建議，提供使用或編輯台灣小學數學教科書人員，或課程研究人員一些思考與探究的方向。

一、增加操作機會

幾何其實是環繞於我們周遭生活環境，比數學其他主題更貼近我們的生活。學習幾何應該要與生活作連結，同時要提供大量操作的機會，才能建立穩固的幾何概念。但台灣教科書多是教師與教具所鋪設而成的學習情境，雖有操作和觀察的活動，但是還是以概念的陳述為主。而香港的教材則以大量的操作來引導概念，並且在形體的切割與組合部分，引入許多有趣的複合圖形或物件，讓學生以小組的方式，來集體創作出獨特的作品，從操作中學習幾何的概念，並發揮學生的想像力。所以建議台灣教材在日後編修時，將以教師和教具鋪設的學習環境或布題，修改為以學生操作和創作為主，且和生活結合的布題，讓學生在大量操作建立並鞏固幾何的概念。

二、增加空間概念的活動設計

從兩岸三地幾何教材設定的目標和呈現的活動中，發現空間感的培養在香港和台灣都相當的缺乏。而中國的空間概念教學目標，從低年級就強調學習相對位置的概念，且能用文字來描述位置與方位，能看地圖、製作地圖、計算方位角等。台灣雖透過座標來描述位置，但其他空間概念的活動設計卻很少，影響學生空間概念的建立，因此有必要在教材中增加空間概念的活動設計。例如，在幾何形體性質分析的內容中，增加平面和立體圖形之間關係的察覺，或在單元結束後的練習中，讓學生試著根據幾何形體的性質，去創造或搜尋相關的立體空間造型，以增加學生空間概念的理解和推理。

三、融入數學史的議題

數學史並不只是數學發展的歷史，而是種種與數學相關的文化現象。例如：生活上的應用、數學發展相關軼事等。從研究結果來看，台灣教科書明顯忽略數學史的議題，不易讓學生對數學和過去的生活經驗或文化現象產生連結，而只從單純的學科知識的角度來看數學，而影響數學態度和情意上的培養。建議可以在每個單元結束的練習題中，或是在數個單元結束後的綜合學習廣角中，適度穿插相關的數學史教材，使得學生在學習原有的幾何概念時，也可以瞭解過去相關的發展歷史或人物軼事，以增進學生學習的情意和態度的建立。



參考文獻

中文部份

- 中華民國教材研究發展協會（1996）。國民小學教科書評鑑標準。台北：中華民國教材研究發展協會。
- 王文科（2002）。教育研究法。台北：五南。
- 王石番（1990）。傳播內容分析法：理論與實證。台北市：幼獅。
- 北京師範大學出版社（2005）。全日制義務教育數學課程標準實驗稿。2008年7月18日，取自<http://gbjc.bnup.com.cn/newsdetail.cfm?iCntno=6075&iPage=3#201>
- 林美如、徐偉民（2007）。中國與台灣小學教科書幾何教材之分析。載於中華民國課程與教學學會主編，課程與教學2007年年刊：教科書制度與影響，215-257。台北：五南。
- 林碧珍、蔡文煥（2003）。四年級學生在國際教育成就調查試測的數學成就表現，科學教育（師大），258，2-20。
- 吳麗玲（2006）。台灣、美國與新加坡國小五、六年級分數教材內容之分析比較。國立嘉義大學數學教育研究所碩士論文，未出版，嘉義。
- 香港教育署（1999）。亞洲及西方各主要國家及地區的數學課程比較研究。香港：香港教育署。
- 香港數學教育學會課程關注小組（1997）。Comments on the 2001 Primary Mathematics Syllabus (draft). EduMath, 5, 24-32.
- 香港課程發展議會（2000）。數學教育學習領域：數學課程指引（小一至小六）。2008年7月10日，取自http://cd1.emb.hkedcity.net/cd/maths/tc/doc/curr_syll/Math_Syllabuses_chi_pdf/Math_Curr_Guide_P1-P6_2000_c.pdf
- 康軒教育網（2004）。數學版教科書市場佔有率之百分比。2004年11月8日，取自http://www.knsh.com.tw/about/about.asp?go_Sub_Topic=08
- 教育部（2000）。國民中小學九年一貫課程暫行綱要數學學習領域。台北：教育部。
- 教育部（2003）。國民中小學九年一貫課程綱要：數學學習領域。台北：教育部。
- 莊月嬌、張英傑（2006）。九年一貫課程小學幾何教材內容與份量之分析，國立臺北教育大學學報，19(1)，33-66。
- 梁興強（2008）。小學教師對數學課程改革的適應與解難教學。2008年6月10日，取自：<http://www.acei-hkm.org.hk/Publication/FF-30-Leung%20HK.pdf>
- 陸國燊（2002）。中國科技期刊展座談會講稿「香港出版業發展的現況與展望」。2008年6月10日，取自http://www.bhkaec.org.hk/tec_conf/guest03.htm
- 黃政傑（1995）。教科書的正用與誤用。台北：師大書苑。
- 楊孝濬（1985）。內容分析。載於楊國樞、文崇一、吳聰賢、李亦園（編），社會及行為科



學研究法（809-831頁）。台北：東華。

廖婉琦（2004）。台灣82年國編版數學教科書與美國Everyday Mathematics之內容分析比較研究：以幾何教材為例。國立台北師範學院數理教育研究所碩士論文，未出版，台北。

劉秋木（1996）。國小數學科教學研究。台北，五南。

劉 好（1994）。國民小學數學科新課程中幾何教材的設計。載於台灣省國民學校教師研習會（編），國民小學數學科新課程概說（低年級）（98-108頁）。台北：台灣省國民學校教師研習會。

歐用生（1994）。教育研究法。台北：師大書苑。

鍾 靜（2005）。論數學課程近十年來之變革。教育研究月刊，**133**，124-134。

鍾啓泉、孔企平（2003）。小學數學課程與教學論。杭州：浙江教育出版社。

英文部份

Anderson, C. W. (2003). How can schools support teaching for understanding in mathematics and science? In A. Gamoran et al. (Ed.), *Transforming: How schools and districts can support change* (pp.3-21). NY: Teachers College.

Becker, J. P., & Selter, C. (1996). Elementary school, practices. In A. J. Bishop et al. (Ed.), *International handbook of mathematics education* (pp.511-564). Netherlands: Kluwer Academic.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.420-464). NY: MacMillan.

Grouws, D. A. (Ed.). (1992). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. NY: MacMillan.

Grouws, D. A., Smith, M. S., & Sztajn, P. (2004). The preparation and teaching practice of U.S. Mathematics teachers: Grades 4 and 8. In P. Kloosterman & F. Lester (Eds.), *The 1990 through 2000 mathematics assessments of the National Assessment of Educational Progress: Results and interpretations* (pp.221-269). Reston, VA: NCTM.

Kan, P. W., Ma, S. Y., So, W. Y., & Wong, K. M. (1995). An analysis of the Hong Kong primary mathematics textbooks: The learning dimension of shape and space (1). *EduMath, 1*, 16-18.

Kan, P. W., Ma, S. Y., So, W. Y., & Wong, K. M. (1996). An analysis of the Hong Kong primary mathematics textbooks: The learning dimension of shape and space (2). *EduMath, 2*, 39-45.

Lam, L. (2008). *Mathematics education reform in Hong Kong*. Retrieved June 10, 2008, from



<http://www.math.unipa.it/~grim/SiLam.PDF>

- Lloyd, G. M. (2008). Curriculum use while learning to teach: One student teacher's appropriation of mathematics curriculum materials. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(1), 63-94.
- Lott, J. W., & Souhrada, T. A. (2000). As the century unfolds: a perspective on secondary school mathematics content. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Eds.), *Learning Mathematics for a New Century* (pp.96-111). VA: Reston.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzales, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). TIMSS 2003 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- Mullis, I. V. S., Martin, M. O., & Foy, P. (2008). TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades. Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College.
- NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Authors.
- Nicol, C. C., & Crespo, S. M. (2006). Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 331-355.
- Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. (1960). *The Child's Conception of geometry*. London: Roulledge & Kegan Paul.
- Stein, M. K., Remillard, J., & Smith M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In Frank K. Lester, Jr. (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.319-369). NCTM: Information Age.
- Tarr, J. E., Reys, R. E., Reys, B. J., Chavez, O., Shih, J., & Osterlind, S. J. (2008). The impact of middle-grades mathematics curricula and the classroom learning environment on student achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(3), 247-280.



A content analysis of geometry materials in elementary mathematics textbook of Taiwan, China and Hong Kong

Wei-Min Hsu*

National Pingtung University of Education

Mei-Ju Lin**

Shui-Liao elementary school

The purposes of this study were to compare the differences of geometry instructional materials at the elementary school level which were used in Taiwan, China, and Hong Kong. The instructional materials reviewed in this study are the Kang-Hsuan textbooks used in Taiwan, the official version of geometry used in China, and the 21-century textbooks used in Hong Kong. The methodology adopted is content analysis. The categories of textbook materials were mainly derived from van Hiele's theory that was used to explore the characteristics and differences of geometric concepts represented in the textbooks among the three regions. The findings of this study revealed a remarkable matching between the arrangements of geometry concepts and the curriculum objectives and the developmental theory of geometry concept-thinking from van Hiele. Chinese textbooks in geometry emphasized mathematics history and space concepts more than the other two regions. The Hong Kong textbooks were broader and deeper in contents than those used in the other two regions. They also provided more hands-on opportunities and realistic examples for students. The Taiwan textbooks, on the other hand, presented more open-ended questions to stimulate students' thinking and discussion than those used in the other regions. Yet, they contained less space-related concepts than those used in China and Hong Kong.

Keywords: Content analysis, Elementary school textbook, Geometry materials

*Wei-Min Hsu, Assistant Professor, Graduate Institute of Mathematics and Science Education, National Pingtung University of Education

**Mei-Ju Lin, Elementary school teacher, Shui-Liao elementary school, Kaohsiung County

