

應用灰費爾哈斯特(Grey Verhulst)模型 探討宜蘭縣人口成長極限*

陳俊合**

摘要

費爾哈斯特(Verhulst)模型是由德國生物數學家Verhulst於1837年提出的生物生長模型，其特性是模型之預測趨勢會趨向某固定數值而達極限穩定，人口成長亦不會無限制成長，將因環境與食物等限制因素而達極限穩定。灰費爾哈斯特模型便是將Verhulst模型之特性結合灰預測GM(1,1)模型，在灰預測模型中加入一個限制發展項，以推求人口可能之實際成長極限情況。

灰預測是近幾年廣受發展之預測模型，因其僅需小樣本往往便可得到高預測精度(90%以上)。本研究以宜蘭縣1993~2011年之人口資料為基礎，進而以灰費爾哈斯特模型推估宜蘭縣2013年之成長極限人口，以提供政府部門擬議人口發展政策之參考。

關鍵詞：人口成長、成長極限、灰費爾哈斯特模型

Application of Grey Verhulst Model to the Prediction about Limitation of Population Growth in Yilan County

Chun-Ho Chen

Abstract

The Verhulst model about the growth of biology was proposed by a German bio-mathematician in 1837. Its characteristic was that the predictive trend will limit to fixed value and be saturated and stable. Traditional prediction model of long regulation often requires large of data and sometimes doesn't accord to the economic effect. Thus the grey predictive model which only depends on small data can acquire high accurate result (90%) is used more widely.

The Grey Verhulst model was combined the characteristic both with the verhulst model and GM(1,1) of grey predictive model. It added a limited item of development into the GM(1,1) mode to satisfy the situation of realistic saturation. This study was on the basis of population of 1993~2011 in Yilan County, by means of a grey verhulst model to predict the population in 2013, in order to propose results to the government for reference when making decision in population policy.

Keywords: population growth, growth limitation, grey verhulst model

* 本文係第十四屆(2010年)國土規劃論壇論文增修稿。

** 美國南加州大學(University of Southern California)訪問學者
蘭陽技術學院建築系副教授



一、前言¹⁹

人口轉型(Demographic transition) 模式將人口發展分為四階段(圖1)：第一階段為人口成長高穩定期；早期人口透過不穩定、時起時降之高死亡率和 high 生育率間的平衡，以維持數量穩定。第二階段為早期人口擴張期；人類進入現代化社會，營養和健康水準改變，死亡率下降，此時仍維持較高生育率，造成人口成長；第三階段為晚期人口擴張期；出生率與死亡率都逐漸下降，尤其死亡率降至低死亡率；第四階段為人口成長低穩定期；進入工業化社會，城市化與其他社會結構改變，使得小家庭產生，生育觀念改變，生育率下降，人口又再一次達到低水準生育率和死亡率之平衡。第四階段後出生率與死亡率皆低，但出生率更可能低於死亡率，使得自然增加率呈現負成長，此階段有人比喻為第五階段，或稱之為衰退階段(蔡宏進、廖正宏，1987)。近幾年來台灣地區人口出現人口老化及低出生率等現象，已逐漸邁入「人口轉型」模式之第五階段。

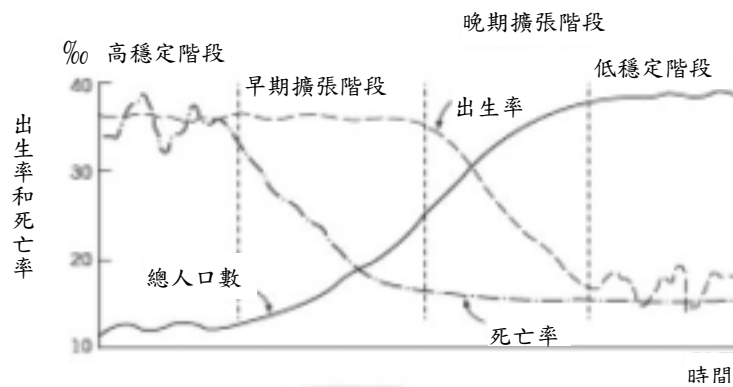


圖1 人口轉型模式圖

資料來源：蔡宏進、廖正宏，1987

宜蘭縣地處東部區域，縣境內包含宜蘭市、羅東鎮、蘇澳鎮、頭城鎮、礁溪鄉、壯圍鄉、員山鄉、冬山鄉、五結鄉、三星鄉、大同鄉與南澳鄉等十二市鎮鄉(如圖2)，往年因聯外交通不便、務農辛勞、一級產業居多及就業機會稀少等因素，導致縣內之人口²⁰外移及人口呈遞減現象，但北宜高速公路之開通將大幅提升其對外交通之可及性，且縣府積極推動觀光立縣之產業政策也造就了許多的就業機會與人口回流，人口是否仍呈負成長值得加以探討。人口一般會往都市化發展程度較高及產業聚集處移動，十二市鎮鄉各人口之年增減量如何變動？其中人口密度最高屬那一市鎮鄉？人口結構中三階段年齡²¹百分比各為何？宜蘭縣是否已進入高齡化社會？...此等人口特性變化及未來發展趨勢議題皆值得加以探討與釐清。

¹⁹ 本節部分內容引自陳俊合(2010)。

²⁰ 所謂人口，係指在某一個地方所居住的人數，而“地方”可能是一個城市、一個州、一個鄰里等。(Krueckeberg & Silvers, 1991)

²¹ 三階段年齡人口係指(1)幼年人口(0~14歲)；(2)青壯年人口或稱工作年齡人口(15~64歲)；(3)老年人口(65歲以上)。



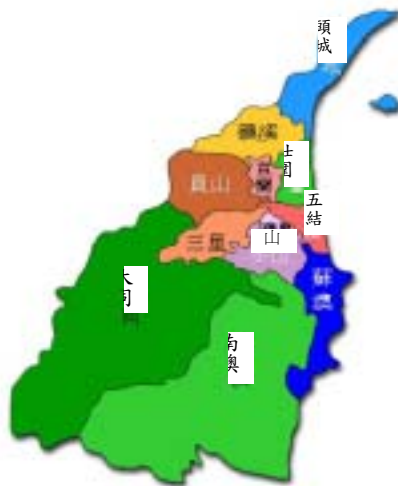


圖 2 宜蘭縣十二市鎮鄉區位圖

資料來源：宜蘭生活服務網(<http://life.e-land.net.tw>)

多樣性(diversity)²²已經成為都市規劃的新正統，對都市規劃者而言，多樣性代表著新的指導原則(Fainstein, 2005)。對於以往人口的瞭解及對未來人口發展的推求乃是對社經發展多樣性層面規劃決策的重要基礎(陳俊合，2007)。本文基於宜蘭縣近年之人口統計資料，針對上述議題分析宜蘭縣人口之結構特性，並釐清宜蘭縣十二行政區各市鎮鄉人口之增減情形，進而藉由灰色費爾哈斯特模型推估宜蘭縣宜蘭縣2009年可能之飽和人口，以提供政府部門擬議人口發展政策之參考。

二、理論基礎、灰預測模式與文獻回顧²³

本節分述人口成長理論、灰色系統理論、灰預測模式及灰色費爾哈斯特(Verhulst)模型之內容與建模方式，並蒐整回顧灰預測模式應用之相關文獻。

1.理論基礎

(1)人口成長理論

人口成長是人口自然增加和社會增加的淨和。人口學英文名稱為Demography是由拉丁語demos(人民)和graphein(描述)兩字複合而成。人口學之研究，乃研究人口發展及其趨勢，並結合社會、經濟與生態環境等變數的一門學科。

適度人口的觀念遠在孔子大學章句中已有提及「生財有大道：生之者眾，食之者寡；為之者疾，用之者舒，則財恆足已！」(孫得雄，1979)。古希臘哲學家柏拉圖及亞里斯多德亦從城邦國家的防禦、安全與管理的觀點談適度人口的問題(李競能，2000)。從馬爾薩斯(Malthus)於1798年提出之「人口論」後，人口理論開始蓬勃發展。以下簡述馬爾薩斯之人口論(何佩娟，2006)。

²² “多樣性”用語在都市文獻上有不同的意義。對都市設計者而言，它指的是混合建築類型；對規劃者而言，可意指混合使用、類別或異種族群；對於社會及文化分析者而言則主要著重於後者(Fainstein, 2005)。

²³ 本節部分內容引自陳俊合(2007, b)。



馬爾薩斯認為人口增加必然受到自然的節制；而自然對人類影響最大的一種節制方式，便是食物的缺乏。如果其他條件固定情況下，一國家人口多寡，將取決於此國家所能生產以及所能取得之糧食數量。國民之是否幸福，不在於人口多寡、貧富、年輕或年老，而在於人口與糧食之間的比率。其另提到「人口的成長率與總人口數成正比。」若令 $P(t)$ 表時間 t 的人口數，且 P_0 為 $t=t_0$ 時的人口數得到之人口成長模型為指數型模式 $P(t) = P_0 e^{\lambda(t-t_0)}$ ，如圖3所示。

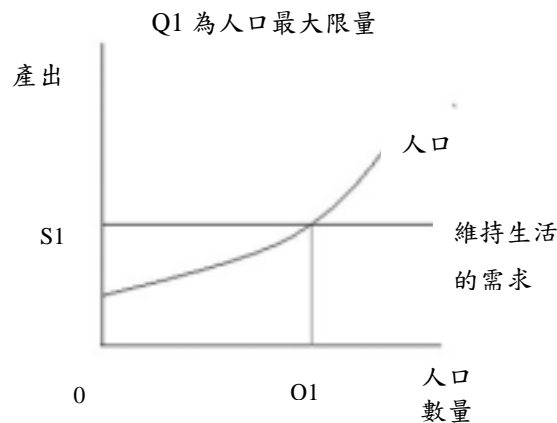


圖3 人口成長模型圖

資料來源：何佩娟，2006。

馬爾薩斯人口論之缺點在於未將知識、資本累積，生產技術進步等因素納入估算，此將使生產量上升導致其假設不成立。故從現階段事實言，如醫學進步及普及降低死亡率，同時，生產技術提升，如綠色革命解決了1960年之大飢荒，將影響人口結構改變。因此馬爾薩斯人口論之假設遭到多人反對，反對學者認為其理論上的根本錯誤在於沒有從社會、科學等對人口影響的層面中認識人口問題。因為已開發國家國民會懂得節育以抑制人口上升，甚至人口成長率有下降趨勢。此外，技術進步導致糧食生產的增加也是馬爾薩斯沒料想到的，對已開發國家來說，食物只會生產過剩而非不足。

圖4為聯合國針對1790-2190年間已開發國家及未開發國家之人口趨勢變化圖。圖中可發現未開發國家中仍見馬爾薩斯之人口等比級數成長，但已開發國家則呈平穩成長，甚至自2000年最高點後有逐漸下滑趨勢。探究其因，可能受到科學技術進步及教育提升影響而有所改變，此亦為馬爾薩斯理論中為人所評論。然而馬爾薩斯之人口論從人口變化與社會經濟觀點探討仍被視為解釋人口發展趨勢之重要參考依據。(何佩娟，2006)



世界人口成長 (World Population Growth), 1790-2190 人口 (單位：兆)

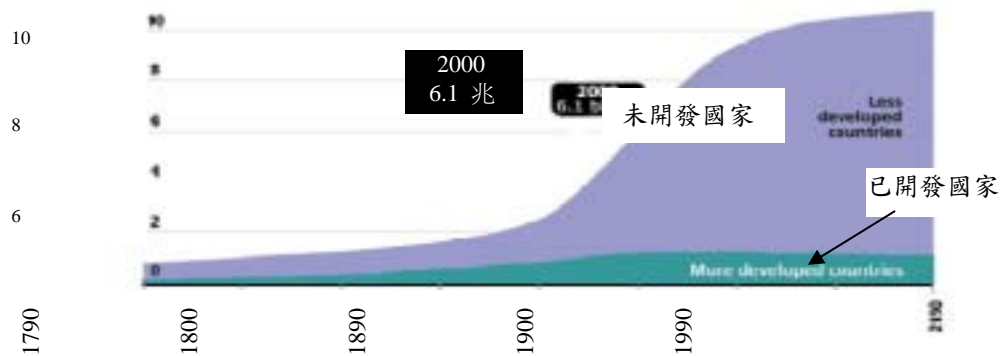


圖 4 開發國家及已開發國家人口趨勢變化圖 (1790-2190 年)

資料來源: United Nations, 1999.

「推估」乃基於現況資料去推求不同未來條件或是透過不同假設設定的模型運作所得之不同預測值。「推估」為一種解釋方法，將過去的趨勢以及假設在長時間持續下，而求得未來的可能情況，不須將規劃或決策投入考慮。最普遍的人口推估，即以現況的成長率保持固定予以延伸，而顯示現存人口型態程序下對未來可能產生的衝擊(王延煌，1996)。本研究則基於宜蘭縣之現況人口資料去推估預測宜蘭縣(全縣及其十二市鎮鄉)未來可能之發展人口。

(2) 灰色系統理論

預測是根據現有之資料與數據，根據某種邏輯推理方法來建立模式，對未來將要發生(或不確定)之事件行為狀態做出主觀判斷，以達到預測之目的(鄧聚龍等，1999)。灰色系統理論主要是針對系統模型於不明確與資訊不完整之情況下，依據系統現有之行為特徵數據，來找尋各因素間之數學關係，進而推知系統之未來。

傳統預測方法如統計方法²⁴、計量方法或時間序列分析等，因需較高之資訊蒐集成本，或因部分研究資料「量」取得不足而不符其理論之條件限制，使結果產生偏誤；另由於政經環境變化急速，過多歷史資料能否及時反應現況，也在資料「質」方面產生疑慮；加上傳統評估工具於面臨樣本個數不多、影響因素複雜且不確定性高等情形時，常會面臨模型複雜、模型假設不合乎現實環境與準確度不高等問題。大陸學者鄧聚龍教授於1982年提出之灰色系統理論，可有效改善上述有關資料「質」與「量」之問題(吳漢雄等，1996)。

灰色理論與模糊理論、機率統計之比較彙整如表1，此表可顯示出三者在本質內涵、數學基礎、數學運算方式、數據多寡、數據分布及完成目標上等項目之差異性：

²⁴ 傳統預測方法如線性迴歸模式，其需滿足30個以上之大樣本、變數間獨立、且樣本分布具有同趨勢規律之假設前提，才具有較高之預測準確率。



表1 灰色理論、模糊理論及機率統計之差異性

項目	灰色理論	模糊理論	機率統計
本質內涵	小樣本且不確定	認知上不確定	大樣本且不確定
數學基礎	灰朦朧集 (hazy set)	模糊集 (fuzzy set)	康托集 (cantor set)
數學運算方式	生成方法	取邊界值	統計方法
數據多寡	少數據狀態	經驗數值狀態	多數據狀態
數據分布	任意的分布	函數的分布	典型的分布
完成的目標	現實的規律	認知的表達	歷史的統計規律

資料來源：溫坤禮等，2003，160頁；溫坤禮等，2002，A-3頁。

2. 灰色費爾哈斯特(Verhulst)模型

Verhulst 模型是由德國生物數學家 Verhulst 於 1837 年提出的生物生長模型，其特性是模型的預測趨勢會趨向於某個固定數值而達到飽和穩定，此預測模型屬於非線性預測模型；Grey Verhulst 便是將此特性結合灰色預測模型而成，此模型不僅保有原灰色預測模型的優點，也修正了灰色預測模型僅適合預測線性資料的限制，提高灰色預測模型對非線性資料型態的預測精度與應用範圍(蔣柏廷，2005)。

灰色費爾哈斯特模型為針對 GM(1,1)模型的特性，在 GM(1,1)模型中加入了一個限制發展的項，以滿足實際的飽和情況。其基本數學模型如(2.1) (溫坤禮等，2006)：

$$\frac{dx^{(1)}}{dx} + ax^{(1)} = b(x^{(1)})^2 \quad (2.1)$$

以灰色理論差分方程式的方式表示，則成為

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b(z^{(1)}(k))^2 \Rightarrow x^{(0)}(k) = -az^{(1)}(k) + b(z^{(1)}(k))^2 \quad (2.2)$$

(1).如同 GM(1,1)模式的解法，將所有的數據代入方程式(2.2)中，可以得到

$$\begin{aligned} x^{(0)}(2) &= -az^{(1)}(2) + b(z^{(1)}(2))^2 \\ x^{(0)}(3) &= -az^{(1)}(3) + b(z^{(1)}(3))^2 \\ x^{(0)}(4) &= -az^{(1)}(4) + b(z^{(1)}(4))^2 \\ &\dots\dots\dots \\ x^{(0)}(n) &= -az^{(1)}(n) + b(z^{(1)}(n))^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

(2).化簡方程式(2.3)，使用矩陣 $\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y$ ，其中 $Y = B \hat{a}$ ，求出 a ， b 的數值

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & (z^{(1)}(2))^2 \\ -z^{(1)}(3) & (z^{(1)}(3))^2 \\ -z^{(1)}(4) & (z^{(1)}(4))^2 \\ \dots & \dots \\ -z^{(1)}(n) & (z^{(1)}(n))^2 \end{bmatrix} \quad \hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (2.4)$$



(3).利用參數法求出 a , b 的數值

$$a = \frac{DH - GE}{FG - D^2}, b = \frac{EF - DE}{FG - D^2} \quad (2.5)$$

$$\text{其中: } D = \sum_{k=2}^n (z^{(1)}(k))^3, E = \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) \times x^{(0)}(k), F = \sum_{k=2}^n (z^{(1)}(k))^2$$

$$G = \sum_{k=2}^n (z^{(1)}(k))^4, H = \sum_{k=2}^n (z^{(1)}(k))^2 \times x^{(0)}(k)$$

(4).將所求的 a , b 之值代入費爾哈斯特擬微分方程式的解答，預測的數值為：

$$x^{\Lambda(1)}(k) = \frac{\frac{a}{b}}{1 + \left(\frac{a}{b} \times \frac{1}{x^{(0)}(1)} - 1\right) e^{a(k-1)}} \quad k \geq 2 \quad (2.6)$$

(5).由 AGO 的定義 $x^{\Lambda(0)}(k) = x^{\Lambda(1)}(k) - x^{\Lambda(1)}(k-1)$ 求出

$$x^{\Lambda(0)}(k) = \frac{(1 - e^{-a}) \times \frac{a}{b} \times \left[1 + \left(\frac{a}{b} \times \frac{1}{x^{(0)}(1)} - 1\right) e^{a(k-1)}\right]}{\left[1 + \left(\frac{a}{b} \times \frac{1}{x^{(0)}(1)} - 1\right) e^{a(k-1)}\right] \left[1 + \left(\frac{a}{b} \times \frac{1}{x^{(0)}(1)} - 1\right) e^{a(k-2)}\right]} \quad k \geq 2 \quad (2.7)$$

而由方程式(2.6)中得知，如果 $a < 0$ ，則 $\lim_{k \rightarrow \infty} x^{\Lambda(1)}(k) \rightarrow \frac{a}{b}$ ，亦即方程式(2.6)的飽和點為 $\frac{a}{b}$ ，

此一數值為限制發展向所導致的極限值，亦即是預測值 $x^{\Lambda(0)}(k)$ 的飽和點。

3.文獻回顧

灰預測模式應用之國內外相關文獻整理如表2所示，從表2中可得知灰預測模式應用之相關領域及其最新之發展趨勢。

表2 灰預測模式應用相關文獻彙整表

篇名	作者	年份	內容概述
台灣地區醫師人力供需之研究—灰色預測模式之應用	韓季霖	2001	以1996~1999年醫師公會全國聯合會之會員統計做為醫師人力供給面之資料;1996~1999年國家衛生研究院所編製之門診統計做為醫師人力需求面之資料，運用灰色預測模式探討台灣地區2000~2004年之內科、外科、小兒科與婦產科各科醫師人數供需問題，其中模式之精確度最高為99.95%；最大殘差為3.05%，顯示預測模式之預測效能相當良好。



台灣地區中等教育師資人力供需之研究	蔡玉雯	2001	以1994~1999年台灣地區學年度之中等教育相關統計資料，運用灰色預測模式探討2000至2002年中等教師人力供需問題，其所建構之模式精確度最高為98.58%；最大殘差為1.69%，顯示預測模式之預測效能相當良好。
灰色理論與時間序列模型在匯率預測績效上之比較	鄭美幸、 詹志明	2002	應用GM(1,1)模型進行樣本外匯率預測(ex-post)，研究結果發現當樣本過大時預測績效反而不佳，六筆資料之小樣本反有較佳績效，符合灰色預測小樣本可進行預測特性，並得到很好之預測績效。
灰色預測理論應用於汽車產業預測之研究—以台灣、大陸市場為例	趙嬭	2003	以1994~2001年台灣汽車市場的銷售量、占有率與1995~2001年大陸汽車市場之銷售量、占有率等統計資料，應用GM(1,1)模式預測2002~2006年台灣、大陸汽車之市場銷售量與各款車種之占有率，並與時間序列預測、DRI/WEFA等法進行比較，結果顯示模式平均精確度均達90%以上，顯示灰色系統亦適用於汽車產業。
匯率預測模型績效之研究--時間序列及灰色預測模型之應用	陳學毅	2004	採用適應性預期理論，應用時間序列ARIMA、GARCH及灰色預測GM(1,1)計量模型進行新台幣對美元匯率之預測，找出合適的長、短期匯率預測模型。灰色預測GM(1,1)模型相較於時間序列模型，僅需四項數據即可建立模型進行預測，且在短期匯率預測之績效上表現優良，為一具有效率且值得參考之預測模型。
台灣地區長期照護市場供需之研究—灰色預測模式之應用	李仁智	2005	以1996~2004年台灣地區老年人口及失能率等資料，應用灰色理論之GM(1,1)模式，預測2005年及2006年台灣地區長期照護資源之供給與需求。另探討台灣地區資源分布之城鄉差距、地域落差及相對匱乏比率等現象，且發現台灣地區之醫療床位數與長期照護床位數間具高度正相關性。
以灰預測GM(1,1)模式探討宜蘭縣人口預測之研究—兼論人口結構特性	陳俊合	2007	分析宜蘭縣人口之結構特性並藉由灰預測GM(1,1)模式以每兩年人口數之差值做分析，將負號取絕對值分析後再還原，以推估宜蘭縣2007年可能之人口，提供政府部門擬議人口發展政策之參考。
以灰色費爾哈斯特(Verhulst)模型探討宜蘭縣人口飽和之研究	陳俊合	2007	以宜蘭縣(1994-2006)之人口為基礎，自2006年起回溯，取最近13年每兩年人口數之差值做分析，將負號取絕對值分析後再還原，利用灰色費爾哈斯特模型推估宜蘭縣2008年可能之飽和人口。



人口變化及預測之分析研究—以宜蘭縣為例	陳俊合	2008	經探討與分析後發現，灰預測方法在人口預測模型之預測力較傳統迴歸方法來的有效與精確。宜蘭縣現階段之老年人口(65歲以上)比率佔12.6%，已達聯合國世界衛生組織所定義之高齡化社會標準。另該研究最後藉由灰預測模式推估宜蘭縣2010年之總人口及十二市鎮鄉2009年之可能人口，以提供政府部門擬議人口發展政策之參考。
---------------------	-----	------	--

資料來源：本研究。

三、宜蘭縣人口結構特性及增減變化分析

本節針對宜蘭縣「各市鎮鄉土地面積、百分比及人口密度」、「三階段年齡百分比及其扶養比²⁵」、「現住原住民人口數」、「宜蘭縣近年各市鎮鄉戶數及人口數年增減」等項目之探討與分析以了解宜蘭縣之人口結構特性及其增減量變化。

表 3 宜蘭縣各市鎮鄉土地面積、百分比及人口密度比較表

區域別(District)	土地面積(平方公里) Total Area (Sq. Km.)	估宜蘭縣總土地 面積百分比(%)	人口密度 Pop. Density (Per Sq. Km.)
宜蘭縣 Yilan County	2,143.6251	100.00	215
1.宜蘭市 Yilan City	29.4080	1.37	3,268
2.羅東鎮 Luodong Township	11.3448	0.53	6,538
3.蘇澳鎮 Su-ao Township	89.0196	4.15	482
4.頭城鎮 Toucheng Township	100.8930	4.71	313
5.礁溪鄉 Jiaosi Township	101.4278	4.73	354
6.壯圍鄉 Jhuangwei Township	38.4769	1.79	657
7.員山鄉 Yuanshan Township	111.9106	5.22	289
8.冬山鄉 Dongshan Township	79.8573	3.73	644
9.五結鄉 Wujie Township	38.8671	1.81	973
10.三星鄉 Sansing Township	144.2238	6.73	147
11.大同鄉 Datong Township	657.5442	30.67	9
12.南澳鄉 Nan-ao Township	740.6520	34.55	8

資料來源：1.內政部戶政司，2007。

2.本研究。

²⁵ 所謂「扶養比」係指依賴人口對有工作能力人口的比率而言，亦即幼年人口及老年人口對青壯年人口的比率。台灣地區 2006 年平均之扶養比為 38%，意指每一百個有工作能力人口應扶養 38 個依賴人口。



由表 3 可知宜蘭縣之平均人口密度為每平方公里 215 人，其中以羅東鎮之土地面積最小(僅佔宜蘭縣總土地面積之 0.53%)，然而人口密度卻最高，每平方公里 6,538 人；宜蘭市之人口密度次之，每平方公里 3,268 人；五結鄉以每平方公里 973 人位居第三。其次分別為壯圍鄉(每平方公里 657 人)、冬山鄉(每平方公里 644 人)、蘇澳鎮(每平方公里 482 人)、礁溪鄉(每平方公里 354 人)、頭城鎮(每平方公里 313 人)、員山鄉(每平方公里 289 人)、三星鄉(每平方公里 147 人)、大同鄉及南澳鄉之土地面積合計約佔宜蘭縣總土地面積 65.22%，但因屬偏遠山區，每平方公里之人口密度未達 10 人。

表 4 宜蘭縣與其他縣三階段年齡百分比及其扶養比分析表

區域別	年齡分配百分比			扶養比(%)
	0~14	15~64	65+	
台灣地區	17.6	72.2	10.2	38
宜蘭縣	17.4	70	12.6	43
苗栗縣	17.7	69.3	13.0	44
南投縣	17.0	70.0	13.0	43
雲林縣	16.9	68.7	14.4	46
嘉義縣	16.0	68.9	15.1	45
臺南縣	15.8	71.6	12.6	40
臺東縣	17.1	70.2	12.7	42
澎湖縣	15.7	69.3	15.0	44
金門縣	14.2	73.1	12.7	37

註：本表主要呈現老年人口比例高(等)於宜蘭縣之縣市，低於宜蘭縣之其他縣市則不予列入。

資料來源：1.內政部戶政司，2007。

2.本研究。

由表 4 得知宜蘭縣之人口結構中幼年人口(0~14 歲)佔 17.4%，青壯年人口(或稱工作年齡人口；15~64 歲)佔 70%，而老年人口(65 歲以上)比率偏高佔 12.6%，已達到聯合國世界衛生組織所定義之高齡化社會²⁶。但仍有其他縣之老年人口比率高於宜蘭縣，如嘉義縣(15.1%，居台灣地區之冠)、澎湖縣(15.0%)、雲林縣(14.4%)、南投縣(13.0%)、苗栗縣(13.0%)、金門縣(12.7%)...等縣。宜蘭縣之扶養比為 43%，較台灣地區之平均扶養比 38% 高，此為幼年及老年人口合計所佔比率偏高之故。

表 5 宜蘭縣現住原住民人口數

單位：人

區域別	總計			平地原住民			山地原住民		
	計	男	女	計	男	女	計	男	女
宜蘭縣 (百分比)	14,477 (100%)	7,296 (50.40%)	7,181 (49.60%)	1,738 (100%)	799 (45.97%)	939 (54.03%)	12,739 (100%)	6,497 (51.00%)	6,242 (49.00%)

資料來源：1.內政部戶政司，2007。

2.本研究。

²⁶ 聯合國世界衛生組織所定義之高齡化社會其老年人口之比率為 7%。



由表 5 得知宜蘭縣現住之原住民計有 14,477 人，其中平地原住民 1,738 人，山地原住民 12,739 人，且男、女生之百分比分別為 50.40% 與 49.60%。

表 6 宜蘭縣(1993-2011)戶數、人口數及戶量統計表

項目 年次	戶數 (戶)	年增減量	人口數(人)				戶量 (人/戶)
			合計	年增減量	男	女	
1993	108,942	---	462,509	---	240,260	222,249	4.25
1994	111,928	2,986	464,359	1,850	240,698	223,661	4.15
1995	116,220	4,292	465,043	684	241,017	224,026	4.00
1996	120,022	3,802	465,120	77	241,321	223,799	3.88
1997	123,962	3,940	466,603	1,483	241,958	224,645	3.76
1998	127,466	3,504	465,627	-976	241,261	224,366	3.65
1999	130,059	2,593	465,004	-623	240,727	224,277	3.58
2000	133,143	3,084	465,186	182	240,691	224,495	3.49
2001	134,568	1,425	465,799	613	240,529	225,270	3.46
2002	135,914	1,346	464,107	-1,692	239,410	224,697	3.41
2003	137,921	2,007	463,285	-822	238,839	224,446	3.36
2004	141,006	3,085	462,286	-999	238,153	224,133	3.28
2005	142,776	1,770	461,586	-700	237,326	224,260	3.23
2006	144,669	1,893	460,426	-1160	236,447	223,979	3.18
2007	146,924	2,255	460,398	-28	235,952	224,446	3.13
2008	149,839	2,915	460,902	504	235,855	225,047	3.08
2009	151,942	2,103	461,625	723	235,714	225,911	3.04
2010	154,021	2,079	460,486	-1,139	234,682	225,804	2.99
2011	156,356	2,335	459,061	-1,425	233,661 (50.9%)	225,400 (49.1%)	2.94

資料來源：1.宜蘭縣政府主計處，2002-2006。

2.宜蘭縣政府民政局戶政資訊網，2007-2011。

3.本研究。

由表 6 得知宜蘭縣之人口數在 1994 年、1997 年增加 1,850 人、1,483 人、2002 年、2006 年、2010 年、2011 年皆呈千餘人之年減量，然戶數卻呈逐年遞增狀態，惟戶量(人/戶)從 1993 年之每戶平均 4.25 人降至 2011 年之每戶平均 2.94 人，此推測應與結婚新成立之家戶、家戶成員獨立新設戶口及出生率之普遍下降有關。2011 年男、女人口佔總人口數之比例分別為 50.9% 及 49.1%。



四、以灰色費爾哈斯特模型探討宜蘭縣之總人口極限值

本節以宜蘭縣(1993-2011)之人口(參見表 6)為基礎，利用灰色費爾哈斯特模型推估宜蘭縣 2013 年之可能之極限人口。本文自 2011 年起回溯，取最近 19 年每兩年人口數之差值做分析，將負號取絕對值分析後再還原，以預測 2013 年之人口，所取之值彙整如表 7。

表 7 宜蘭縣(1993-2011)人口(人/年)

年	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
人口數	462,509	464,359	465,043	465,120	466,603	465,627	465,004

資料來源：摘錄自表 6。

續表 7 宜蘭縣(1993-2011)人口(人/年)

年	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
人口數	465,186	465,799	464,107	463,285	462,286	461,586	460,426

資料來源：摘錄自表 6。

續表 7 宜蘭縣(1993-2011)人口(人/年)

年	2007	2008	2009	2010	2011
人口數	460,398	460,902	461,625	460,486	459,061

資料來源：摘錄自表 6。

表 8 擷取後之宜蘭縣人口差值數列(人/年)

年	1993	1995	1997	1999	2001	2003	2005	2007	2009	2011	2013
人口數	462,509	465,043	466,603	465,004	465,799	463,285	461,586	460,398	461,625	459,061	?
兩年人口數之差	2,534	1,560	-1,599	795	-2,514	-1,699	-1,188	1227	-2564	?	
差之絕對值	2,534	1,560	1,599	795	2,514	1,699	1,188	1227	2564	?	

1. 建立基本序列： $x^{(0)}=(2534, 1560, 1599, 795, 2514, 1699, 1188, 1227, 2564)$
2. 建立 AGO 序列： $x^{(1)}=(2534, 4094, 5693, 6488, 9002, 10701, 11889, 13116, 15680)$
3. 建立均值生成序列： $z^{(1)}=(-, 3314, 4893.5, 6090.5, 7745, 9851.5, 11295, 12502.5, 14398)$
4. 依據方程式(2.12)，利用參數法求出 a ， b 的數值

$$D = \sum_{k=2}^n (z^{(1)}(k))^3 = 8.18021 \times 10^{12}$$

$$E = \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) \times x^{(0)}(k) = 1.19720622 \times 10^8$$



$$F = \sum_{k=2}^n (z^{(1)}(k))^2 = 7.20252141 \times 10^8$$

$$G = \sum_{k=2}^n (z^{(1)}(k))^4 = 9.87711 \times 10^{16}$$

$$H = \sum_{k=2}^n (z^{(1)}(k))^2 \times x^{(0)}(k) = 1.27549 \times 10^{12}$$

$$a = \frac{DH - GE}{FG - D^2} = -0.329333841, \quad b = \frac{EF - DE}{FG - D^2} = -0.000231818$$

5. 將所求的 a ， b 之值代入費爾哈斯特擬微分方程式的解答，求出預測模型為：

$$x^{\Lambda(1)}(k) = \frac{\frac{a}{b}}{1 + \left(\frac{a}{b} \times \frac{1}{x^{(0)}(1)} - 1\right) e^{a(k-1)}}$$

6. 利用 $\lim_{k \rightarrow \infty} x^{\Lambda(1)}(k) \rightarrow \frac{a}{b}$ ，得到預測值 $x^{\Lambda(0)}(k)$ 的極限點為

$$\frac{a}{b} = \frac{DH - GE}{EF - DE} = \frac{-0.329333841}{-0.000231818} \doteq 1420.657946$$

根據計算的結果，可預測宜蘭縣人口變化值的極限點，2011 年至 2013 年之變化值為減少 1421 人，亦即 2013 年的人口極限值為：459,061-1421=457,640 人。

五、結論與建議

本研究以宜蘭縣近年來之人口資料為基礎，探討宜蘭縣之人口變化特性，釐清宜蘭縣十二市鎮鄉人口近年之增減情形，人口的增長與都市化發展程度密切相關，宜蘭市與羅東鎮因位居宜蘭縣中心區域，現階段之都市化發展程度最高，故其人口歷年來皆呈現正成長，分居宜蘭縣最多人口之前二名，其餘之十鎮鄉(蘇澳鎮、頭城鎮、礁溪鄉、壯圍鄉、員山鄉、冬山鄉、五結鄉、三星鄉、大同鄉與南澳鄉)幾皆呈衰減現象，僅冬山鄉近二年有約 4 百人之正成長。

宜蘭縣十二市鎮鄉中人口密度最高為羅東鎮，每平方公里有 6538 人，第二為宜蘭市，每平方公里有 3,268 人，其次為五結鄉，每平方公里有 973 人，但與羅東鎮及宜蘭市已有較大差距。宜蘭縣人口結構中三階段年齡百分比分別為 0~14 歲佔 17.4%；15~64 歲佔 70%；65 歲以上佔 12.6%。由此得知宜蘭縣現階段之老年人口(65 歲以上)比率佔 12.6%，已達聯合國世界衛生組織所定義之高齡化社會(7%)標準。



本研究最後藉由灰色費爾哈斯特模型推估宜蘭縣未來可能之總人口，宜蘭縣 2013 年之總人口為 457,640 人，以提供政府部門擬議人口發展政策與配合人口成長相關公共設施建設投入措施之參考。

參考文獻

1. 王延煌(1996)。人口對教育的影響：以臺閩地區國民教育發展為例。國立政治大學教育學系碩士論文。
2. 內政部戶政司(2007)，戶籍人口統計年報。
3. 李仁智(2005)。台灣地區長期照護市場供需之研究—灰色預測模式之應用。元培科學技術學院經營管理研究所碩士論文。
4. 李競能(2000)。人口經濟理論研究，天津市：南開大學出版社。
5. 何佩娟(2006)。我國人口變化與未來國小教育發展關係之研究以宜蘭縣為例。佛光大學未來學研究所碩士論文。
6. 宜蘭縣政府主計處(2002-2006)。宜蘭縣統計要覽。
7. 宜蘭生活服務網(<http://life.e-land.net.tw>)。
8. 宜蘭縣政府民政局戶政資訊網(http://hrs.e-land.gov.tw/default.asp?Sysno=H_09)(2007)。
9. 吳漢雄、鄧聚龍、溫坤禮(1996)。灰色分析入門，高立圖書有限公司。
10. 孫得雄(1979)。我國人口政策與人口計劃之探討。台北：行政院研考會。
11. 陳俊合(2010)，「宜蘭縣人口成長極限預測之研究—灰預測與灰費爾哈斯特(Grey Verhulst)模型之應用」，第十四屆(2010年)國土規劃論壇，國立成功大學都市計劃學系，AII-4：1-17頁。
12. 陳俊合(2008)，「人口變化及預測之分析研究—以宜蘭縣為例」，正修學報，第二十一期，55~76頁。
13. 陳俊合(2007, a)。以灰預測 GM(1,1)模式探討宜蘭縣人口預測之研究—兼論人口結構特性。蘭陽學報，第6期，40-50頁。
14. 陳俊合(2007, b)。「以灰色費爾哈斯特(Verhulst)模型探討宜蘭縣人口飽和之研究」。第十二屆中華民國灰色系統學會灰色系統理論與應用研討會，420-427頁。
15. 陳學毅(2004)。匯率預測模型績效之研究--時間序列及灰色預測模型之應用。東海大學國際貿易研究所碩士論文。
16. 溫坤禮、黃宜豐、張偉哲、張廷政、游美利、賴家瑞編著(2003)。灰關聯模型方法與應用，高立圖書有限公司。
17. 溫坤禮、黃宜豐、陳繁雄、李元秉、連志峰、賴家瑞編著(2002)。灰預測原理與應用，全華科技圖書股份有限公司。
18. 溫坤禮、張簡世琨、葉鎮愷、王建文、林慧珊著(2006)。MATLAB 在灰色系統理論的應用，全華科技圖書股份有限公司。
19. 楊奕農(2005)。時間序列分析，雙葉書廊。



20. 趙嬭(2003)。灰色預測理論應用於汽車產業預測之研究—以台灣、大陸市場為例。朝陽科技大學企業管理研究所碩士論文。
21. 鄭美幸、詹志明(2002)。灰色理論與時間序列模型在匯率預測績效上之比較。台灣金融財務季刊，第三輯第二期，95-104 頁。
22. 鄧聚龍(1988)。灰色系統基本方法，華中理工大學出版社。
23. 鄧聚龍、郭洪、溫坤禮、張廷政、張偉哲編著(1999)。灰預測模型方法與應用，高立圖書有限公司。
24. 鄧聚龍(2002)。灰預測與灰決策，華中理工大學出版社。
25. 蔡玉雯(2001)。台灣地區中等教育師資人力供需之研究。銘傳大學管理科學研究所碩士論文。
26. 蔡宏進、廖正宏(1987)。人口學。臺北：巨流出版社。
27. 蔣柏廷(2005)。各種改良灰預測模型之探討。義守大學工業工程與管理研究所碩士論文。
28. 韓季霖(2001)。台灣地區醫師人力供需之研究—灰色預測模式之應用。銘傳大學管理科學研究所碩士論文。
29. Krueckeberg, D. A. & A.L. Silvers 著，錢學陶編譯(1991)。都市規劃計量方法—方法與模型，桂冠圖書公司。
30. Fainstein, S. S.(2005). "Cities and Diversity: Should We Want It? Can We Plan For It?", urban affairs, 41(1), pp.3-19.
31. United Nations(1999). World Population Prospects, The 1998 Revision and Estimates by the Population Reference Bureau.

