

以八位元單晶片實現倒單擺直立定位控制

黃登淵 周德昱

大葉大學電機工程系

彰化縣大村鄉山腳路 112 號

摘要

本文以八位元單晶片來實現倒單擺之直立定位控制，利用自行製作之連軸軌道，搭配直流伺服馬達、光學編碼器等週邊設備，以實作出與市面上功能相仿之倒單擺實驗模組。倒單擺模組之硬體電路設計包括單晶片控制電路與馬達驅動電路。為完成倒單擺之直立定位控制，本文採用 PID (proportional-integral-derivative) 與 LQR (linear quadratic regulator) 等控制法則來做為本系統之控制核心，並利用 8 位元單晶片 PIC18F452 來加以實現，透過實體測試，結果顯示 LQR 能同時控制台車位置與單擺角度，但在效能表現上仍有些許改善空間，文末則提出未來可行之改進方向。

關鍵詞：倒單擺，單晶片，PID，LQR

Implementation of the Upright and Position Control of an Inverted-Pendulum System by Using a Microcontroller

DENG-YUAN HUANG and DE-YU CHOU

Department of Electrical Engineering, Da-Yeh University

112 Shan-Jiau Rd., Da-Tsuen, Changhua, Taiwan

ABSTRACT

An inverted-pendulum system has been popular for studying the nonlinearity of a control system over the past decades. An eight-bit single chip, PIC18F452, is employed to implement an inverted pendulum module which incorporates a track mechanism, DC-servo motor and photo-encoder to achieve the upright and position control test. The electric circuit design for an inverted pendulum module is composed of a single-chip control circuit and a motor-driven circuit. PID (proportional-integral-derivative) and LQR (linear quadratic regulator) control rules implemented by an eight-bit single chip PIC18F452 are used to realize the upright and position control for this hardware module. Through a series of control tests, the results indicate that the car position and pole angle can both be well controlled by a LQR control rule. However, since the performance of this system is less than satisfactory, some suggestions are proposed to improve the performance.

Key Words: inverted-pendulum, microcontroller, PID, LQR



一、前言

由於倒單擺系統本身為一不穩定系統，且具有非極小相位之特性，因此常被拿來做為控制系統教學與研究之熱門題材。近年來，常用的控制方式包括：以 DSP (digital signal processing) 運動軸卡配合 Matlab/Simulink 之人機界面來進行操作與控制 [1]，或利用根軌跡控制法結合 8051 單晶片做為數位控制器，並藉由自走車之左右移動使倒單擺保持在直立狀態 [3]，此外，還有使用極點配置法與 LQR (linear quadratic regulator) 等控制法則，並結合 DSP 運動軸卡來實現數位控制器 [2]。由以上結果可知大部份之倒單擺控制器皆是採用以個人電腦為基礎之 DSP 運動軸卡來實現數位控制器，自然成本比較高。本文則嘗試利用 Microchip 開發之 8 位元單晶片 PIC18F452 來實現倒單擺之「直立」動作，在成本上節省不少，並可做為控制系統之教學輔助器材。

關於倒單擺之直立控制研究，最早可回溯到 1976 年，由 Mori, Nishihara 與 Furuta 在 Int. J. Control 所發表的論文 [8]，該文使用前授控制器 (feed-forward controller) 來做「用上直立」之控制，另一方面則採用觀察調節器 (observer regulator) 來做純粹的「直立」控制，至於用上與直立動作之切換，則利用所謂的開關機構 (switching mechanism)。

其後，在 1996 年 Eker 和 Astrom 也發表了以非線性觀察器 (nonlinear observer) 為控制法則之倒單擺控制 [4]。其它較常使用的控制法則包括有：模糊控制、滑順控制和最佳控制等。相關文獻有 Lin 與 Sheu [7] 及 Kim 和 Lee [6] 之模糊控制 (fuzzy control)；Furuta 之滑順控制 (sliding mode control) [5] 與 Osinga 和 Hauser 之最佳控制 (optimal control) [9] 等。

二、硬體模組之組裝

圖 1 顯示倒單擺之系統架構圖。倒單擺模組硬體之建立，主要以連軸軌道搭配直流伺服馬達來驅動台車，並使台車能在連軸軌道上進行一維之左右移動，其中連結在台車上之桿子可隨台車左右自由移動。本文為量測桿子之擺動角度，因此在桿子擺動處設置一光學編碼器，同時搭配馬達本身之光學編碼器，可同時讀取桿子擺動角度及台車位置，以做為控制器之控制輸入訊號。

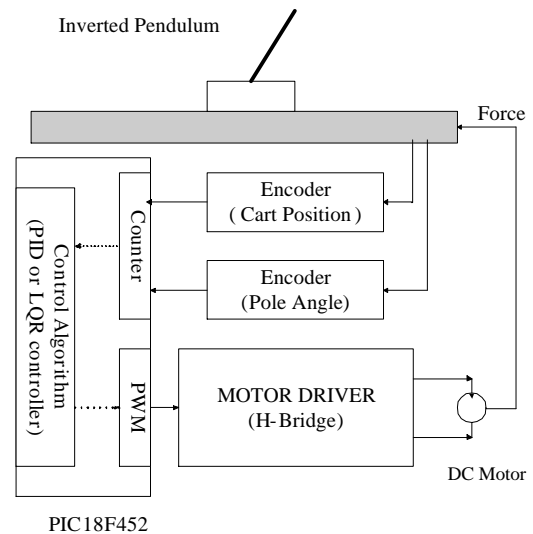


圖 1. 倒單擺系統架構圖

三、單晶片電路

本文所使用的單晶片為 Microchip 所推出的 8 位元單晶片 PIC18F452，最高頻率可達到 40MHz。其具有內建的 A/D、Timer 和 PWM 等模組，由於晶片具有控制所需之部分模組，因此可大幅降低電路之複雜度，此顆晶片不但功能完整且價格低廉，因此在考慮價格及功能之情況下，本文選擇採用此顆 8 位元單晶片。

四、馬達位置及單擺角度解碼

因為倒單擺控制需要取得馬達之位置與速度、單擺之角度與角速度，此部分可以利用位於馬達及單擺上之光學編碼器 (photo-encoder) 來做位置及角度之編碼。其解碼原理為：利用光學編碼器二條訊號線之輸出，將 A 相與 B 相訊號值輸入至 PIC18F452，然後利用內建之 Timer 來做解碼並計數，以取得馬達位置與速度、單擺角度與角速度等資料。

五、編碼與解碼原理

光學編碼器之編碼原理為：一端利用一組 LED (light emitting diode) 發光二極體來產生光源，另一端則利用光電晶體來做感測，如圖 2 所示。當圓盤轉動時，LED 光源就會隨著透過圓盤上的小孔斷斷續續的讓光電晶體動作，產生如圖 3 之一組 AB 相訊號，其中 AB 相訊號之相位差為九十度，因此可利用此訊號特徵來進行解碼之動作。



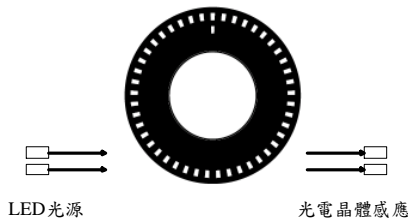


圖 2. 光學編碼器示意圖

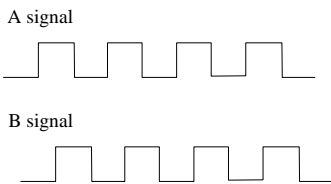


圖 3. 光學編碼器編碼訊號示意圖

利用如圖 4 之電路，將訊號接回到 PIC18F452，由於光學編碼器是以數位的方式來產生訊號，因此很適合利用單晶片來進行處理。

為進行解碼計數，本文以 PIC18F452 內建之 Timer，並採用 A 相上緣觸發之方式，來進行方向之判別與計數，其判斷流程如圖 5 所示。首先，當訊號 A 為 High 時，便觸發中斷，使程式進入解碼副程式中，隨即判別訊號 B 是否為 1，由於 AB 相訊號會以相位差九十度之方式呈現，因此可以很輕易的分辨出正轉 (B=1) 或是反轉 (B=0)，當取得正反轉之資訊後，便可進行 Counter 之計數，如此，可同時取得位置與速度之訊號。

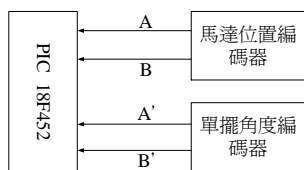


圖 4. 編碼器訊號線與單晶片連接示意圖

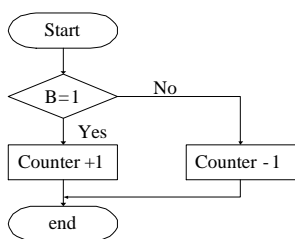


圖 5. 中斷解碼計數程式流程圖

六、馬達驅動電路與控制流程

由於 PIC18F452 的 PWM 輸出僅為 5V，因此無法用來驅動馬達，故需要一組馬達驅動後級電路，如圖 6 所示，該驅動電路使用四個 N 型 POWER MOSFET 所組成之全橋式電路 (H-bridge)，其中 MOSFET 的閘極開關須使用光耦合元件 (TLP250)，並使用獨立電源做為 MOSFET 之閘極驅動。

當馬達正轉時，Q1 和 Q4 導通，Q2 和 Q3 截止；反轉時則 Q1 和 Q4 截止，Q2 和 Q3 導通。運用該驅動電路時，應避免 Q1 與 Q2 或 Q3 與 Q4 同時導通所造成之元件短路而燒毀。由於 MOSFET 在做開關切換時有延遲之現象產生，因此進行切換時要注意空白時間 (dead time) 之處理，一般來說，針對空白時間之處理方式有硬體觸發和軟體延遲二種，本文之使用方式為後者。

驅動馬達需利用 PIC18F452 所產生的二個 PWM 訊號，即 PWM1 與 PWM2，其可分別用來控制馬達之正反轉，當正轉時 PWM1 ON、PWM2 OFF，反轉時則 PWM1 OFF、PWM2 ON。當正轉要切換成反轉時，需先讓 PWM1 和 PWM2 均為 OFF，此動作不但可以避免元件全部導通之問題發生，並且也可以避免馬達所產生之反電動勢對系統之衝擊，接著利用軟體延遲一段時間，最後再輸出 PWM2 ON 之訊號 (反轉)，其馬達驅動流程如圖 7 所示。

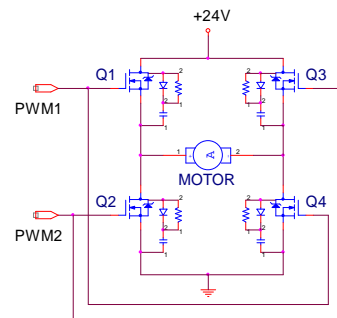


圖 6. 直流馬達驅動電路 (H-bridge)

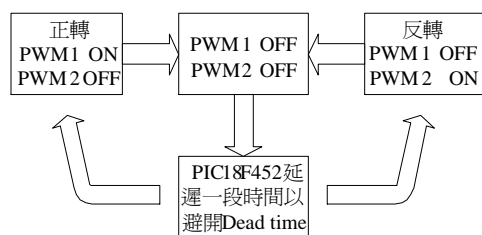


圖 7. 馬達換向軟體切換 PWM 流程



七、主程式控制流程

本研究主程式以組合語言來撰寫，並利用燒錄器將程式燒入至 PIC18F452 中，以進行倒單擺之直立定位控制，其控制流程如圖 8 所示。首先輸入控制器參數以啟動系統，由於倒單擺本身之不穩定，會造成桿子往兩邊傾倒，此時光學編碼器會進行編碼，並將編碼訊號輸入至 PIC18F452 中，再由單晶片進行解碼，此時單晶片可取得與原設定位置之誤差值，利用控制法則，可計算馬達所需之控制力，以達成倒單擺直立定位之目的。

八、系統數學模式之建立

由於倒單擺系統為一非線性系統，因此需要將其運動方程式導出，以利後續控制器之設計，倒單擺系統物理示意圖，如圖 9 所示。

其中系統的物理參數為：

M ：台車的質量 (Kg)，0.8Kg

m ：單擺的質量 (Kg)，0.2Kg

L ：單擺總長度 (m)，0.8m

l ：單擺的一半長度 (m)，0.4m

x ：台車的位置 (m)

\dot{x} ：台車的速度 (m/s)

θ ：單擺桿子的角度 (rad)

$\dot{\theta}$ ：單擺桿子的角速度 (rad/s)

μ ：台車與地面間之摩擦係數

c ：連桿與台車間之摩擦係數

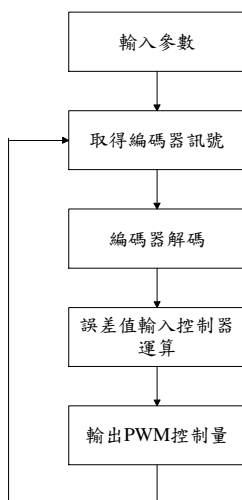


圖 8. 主程式控制流程

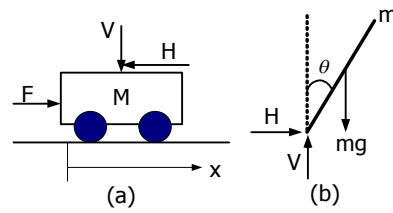


圖 9. 車與倒單擺示意圖

g ：重力加速度 (9.8m/s²)

F ：控制力

倒單擺的運動方程式可從由力量的觀點推導出其運動方程式：

由水平和垂直方向的運動可以歸納出式 (1) 和式 (2)， H 為水平作用力， V 為垂直作用力

$$V - mg = m \frac{d^2}{dt^2}(l \cos \theta) = -ml(\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) \quad (1)$$

$$H = m \frac{d^2}{dt^2}(x + l \sin \theta) = m(\ddot{x} + l\ddot{\theta} \cos \theta - l\dot{\theta}^2 \sin \theta) \quad (2)$$

當考慮單擺轉動及台車移動時，桿子轉動慣量與台車及單擺間之摩擦力，並取連桿質量中心為轉動支點，配合轉動力矩平衡方程式，可得到式 (3)：

$$I\ddot{\theta} + c\dot{\theta} = Vl \sin \theta - Hl \cos \theta \quad (3)$$

緊接著取台車做為受力自由體圖，根據牛頓第二運動定律可以得到式 (4)：

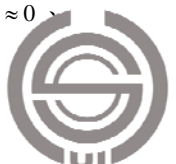
$$F - H = M\ddot{x} + \mu\dot{x} \quad (4)$$

將式 (1) 到 (4) 整理得到台車與單擺的非線性運動方程式，式 (5) 及式 (6)

$$\theta'' = \frac{1}{I + ml^2} [ml(g \sin \theta - x'' \cos \theta) - c\theta'] \quad (5)$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{M + m} [F - ml(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) - \mu\dot{x}] \quad (6)$$

為便於控制器之設計，首先針對系統統御方程式進行線性化，因此考慮當單擺為直立時，其與地面垂直方向之夾角非常小 (通常為夾角小於 15 度以內)，可令 $\theta \approx 0$ 、 $\dot{\theta} \approx 0$ 、



$\sin \theta \approx 0$ 和 $\cos \theta \approx 1$ ，帶入式 (5) 及式 (6)，可得到化簡後的倒單擺系統線性方程式如式 (7) 和式 (8)：

$$\theta'' = \frac{1}{I + ml^2} [ml(g\theta - x'') - c\theta'] \quad (7)$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{M + m} [F - ml\ddot{\theta} - \mu\dot{x}] \quad (8)$$

進一步將式 (7) 及式 (8) 整理，可得到如式 (9) 與式 (10) 的倒單擺系統之狀態方程式：

$$\dot{W} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\mu v_2 & \frac{-(ml)^2 g v_2}{I + ml^2} & \frac{mlc v_2}{I + ml^2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{ml\mu v_1}{M + m} & mglv_1 & -c v_1 \end{bmatrix} W + \begin{bmatrix} 0 \\ v_2 \\ 0 \\ \frac{-ml \cdot v_1}{M + m} \end{bmatrix} F \quad (9)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} W = [x \quad \theta]^T \quad (10)$$

$$\text{其中 } W = [x \quad x' \quad \theta \quad \theta']^T \quad (11)$$

$$v_1 = \frac{M + m}{I(M + m) + ml^2 M} \quad (12)$$

$$v_2 = \frac{I + ml^2}{I(M + m) + mMl^2} \quad (13)$$

因為推導連桿轉動平衡方程式時，是以連桿質量中心為支點，故轉動慣量 I 為：

$$I = \frac{1}{12} mL^2 = \frac{1}{3} ml^2 \quad (14)$$

當設計 PID (proportional, integral, derivative) 控制器時，有鑑於 PID 為一單輸入單輸出 (SISO, single input single output) 控制器之特性，因此需要針對所要控制之受控參數求得其轉移函數，因此將 (9) 式重新整理並忽略摩擦力，可求得式 (16) 及式 (17)，即：

控制力對單擺角度轉移函數：

$$G_1(s) = \frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{-3}{(4M + m)l s^2 - 3g(M + m)} \quad (15)$$

控制力對台車位置轉移函數：

$$G_2(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{4ls^2 - 3g}{(4M + m)ls^4 - 3g(M + m)s^2} \quad (16)$$

馬達轉移函數則由馬達廠商所提供之參數，計算出馬達之轉移函數：

$$G_M(s) = \frac{80600}{4.7s + 1000} \quad (17)$$

九、控制器設計實務

(一) PID 控制器

由於 PID 控制器的架構簡單，如圖 10 所示，將控制器視為補償器置於受控體倒單擺系統前，由於使用 PID 控制器的優點為參數調整方便，易於設計調整，因此為目前應用最為廣泛之控制器，本文以光學編碼器取得倒單擺台車位置與桿子角度，帶入 PIC18F452 中的 PID 控制法則以進行計算，然後輸出新的 PWM 值來改變控制馬達之電壓，進而控制台車移動之速度與方向，其單擺角度模擬響應圖如圖 11 所示。由於 PID 為一單輸入單輸出之控制器，僅能針對桿子角度來加以控制，而無法同時控制台車之位置，未來應可試做旋轉型之倒單擺模組，以克服軌道不夠長之限制。

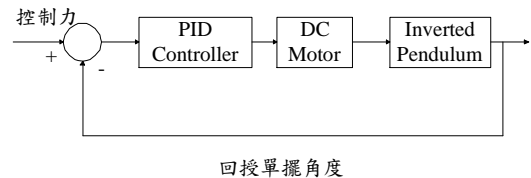


圖 10. PID 控制器與倒單擺系統架構圖

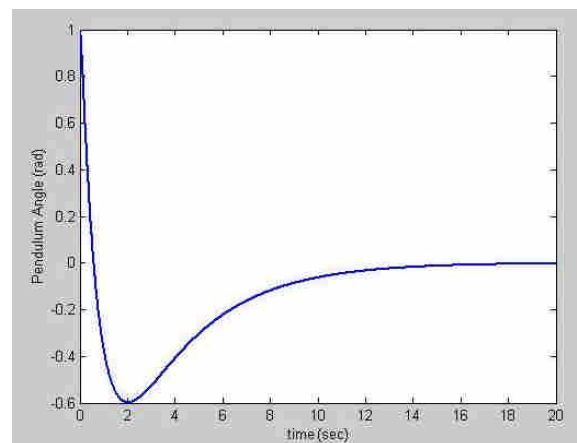


圖 11. 單擺角度模擬響應圖



(二) LQR 控制器

由於 LQR 控制器不同於之前所提之 PID 控制器，其為一多輸入多輸出之控制器，因此 LQR 可同時考慮台車位置與速度、單擺角度與角速度等參數，使得倒單擺角度與台車位置之控制得以實現。利用光學編碼器可同時取得台車位置與倒單擺之角度資料，並由式 (18) 與 (19) 計算得到台車速度與倒單擺角速度等資料，進而利用前述 4 個參數，即可取得更新後之 PWM 值，其可用來調整所需之電壓大小與馬達運動方向，進而達到控制倒單擺直立定位之目的。LQR 控制器流程示意圖如圖 12，系統之單步模擬如圖 13 所示。

$$\text{台車速度} = \frac{\text{目前位置} - \text{前一次位置}}{\text{單位時間}} \quad (18)$$

$$\text{單擺角速度} = \frac{\text{目前角度} - \text{前一次角度}}{\text{單位時間}} \quad (19)$$

十、結論

本文成功地以八位元單晶片 PIC18F452 來實現一倒單擺直立定位系統，與市面上採用之高階控制器相比，在效能上雖仍有些許差距，但仍在可接受之範圍內。雖然使用 20MHz 的震盪器加上內部的 PLL 鎖相迴路可以達到 40MHz

之執行速度，但在靈敏度的表現上卻仍有些許改善空間，因此未來可改善之方向有以下幾點：

1. 以增加外部硬體之方式來處理一些解碼與計數之工作負荷，藉以減輕微處理器負擔，並降低雜訊以增加可靠度。
2. 雖然控制程式以組合語言撰寫，但繁雜之計算卻使得整體運作速度變得緩慢，未來可嘗試使用較少計算負擔之控制架構，如：使用 Fuzzy 控制方式，再利用查表方式以節省計算所需之時間。
3. 本文使用之光學編碼器分別為 400C/T 與 600C/T，未來可提高光學編碼器的解析度，以降低誤差的產生。圖 14-16 則為本文實作之硬體電路與倒單擺模組。

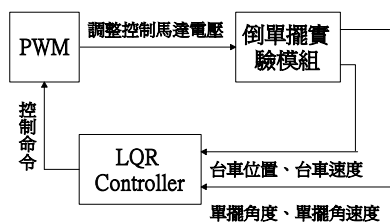


圖 12. LQR 控制器流程示意圖

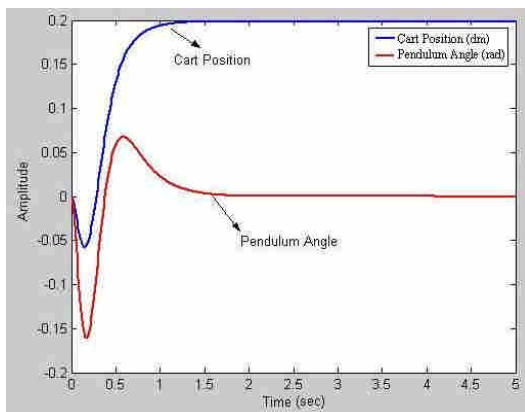


圖 13. 台車位置與單擺角度模擬響應圖

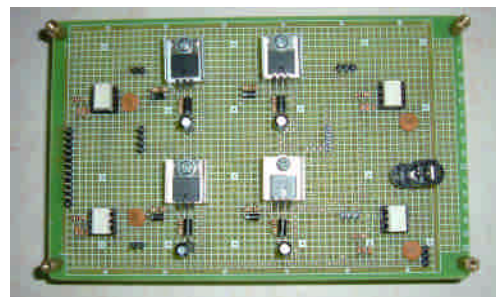


圖 14. 直流馬達驅動電路 (H-bridge)

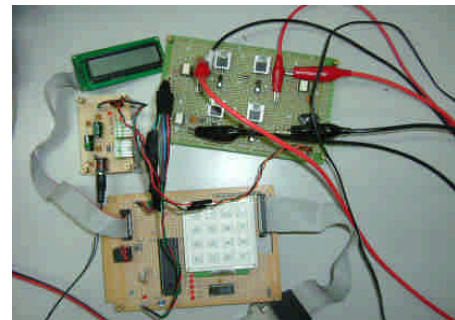


圖 15. PIC18F452 主系統電路



圖 16. 倒單擺實驗模組實體圖



參考文獻

1. 李志暉 (民 92), 現代控制法則於倒單擺系統之用上直立及定位控制之研究, 大葉大學電機工程學系碩士班碩士論文。
2. 洪介仁 (民 92), 車與倒單擺系統之平衡控制, 國立成功大學工程科學系碩士班碩士論文。
3. 陳倍慶 (民 93), 自走式倒單擺車之原型製作與數位控制之研究, 國立中興大學電機工程學系碩士班碩士論文。
4. Eker, J. and K. J. Astrom (1996) A nonlinear observer for the inverted pendulum. Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications, Dearborn, ML.
5. Furuta, K. (2000) Design of variable structure controllers. Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, Australia.
6. Kim, I. I. and J. H. Lee (1999) A new approach to adaptive membership function for fuzzy interface system. Third International Conference on Knowledge-Based Intelligent Information Engineering System, University of South Australia, Australia.
7. Lin, C. E. and Y. R. Sheu (1992) A hybrid-control approach for pendulum-car control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 39(3), 208-214.
8. Mori, S., H. Nishihara and K. Furuta (1976) Control of unstable mechanical system control of pendulum. *International Journal of control*, 23(5), 673-692.
9. Osinga, H. and J. Hauser (2001) On geometry of optimal control: the inverted-pendulum example. Proceedings of the American Control Conference, Arlington, VA.

收件：94.02.21 修正：94.04.13 接受：94.06.09

