

## 多變異製程移動平均管制圖之統計經濟設計

余豐榮<sup>1</sup> 劉亮成<sup>2</sup> 黃開義<sup>1</sup>

<sup>1</sup>大葉大學工業工程與科技管理學系

彰化縣大村鄉山腳路 112 號

<sup>2</sup>漢翔航空工業股份有限公司品保處

台中市西屯區福星北路 68 巷 111 號

### 摘要

移動平均管制圖在偵測製程小變動時比 Shewhart 管制圖更有效率，使用上又比累積和管制圖簡單，因而在製程中也被考慮使用。管制圖之經濟設計可以降低管制圖之使用成本，然而經濟設計管制圖之統計特性並不理想。管制圖統計經濟設計模式，不僅可降低管制圖使用成本，並可使管制圖的型 I、型 II 誤差在需求值以內，因而本研究乃探討製程多變異情況之移動平均管制圖統計經濟設計模型，以彌補純經濟設計之缺點，本統計經濟模式之建構，跨越僅以成本設計管制圖之生產者觀點，而可同時兼顧生產者與消費者需求。並以數值應用例說明模式之應用，數值應用例顯示，在增加些微成本下，確可兼顧型 I 及型 II 誤差需求。同時進行敏感度分析，以了解管制圖各參數之改變對管制圖產生的影響。

**關鍵詞：**移動平均管制圖，統計經濟設計，敏感度分析

## Statistical-Economical Design of Moving-Average Control Charts with Multiple Assignable Causes

FONG-JUNG YU<sup>1</sup>, LIANG-CHENG LIOU<sup>2</sup> and KAI-I HUANG<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Department of Industrial Engineering and Technology Management, DaYeh University  
No. 112, Shanjiiao Rd., Dacun, Changhua, Taiwan 51591, R.O.C.*

<sup>2</sup>*Department of Quality Assurance, Aerospace Industrial Development Corporation,  
No. 111, Lane 68, Fu-Hsing North Rd., Taichung, 407, Taiwan*

### ABSTRACT

The economic design of a control chart insures that it has a lower cost in comparison with a Shewhart control chart. However, the economic design has certain weaknesses because it does not consider statistical properties such as type I or type II errors and average time to signal when selecting parameters for the chart. Considered by some to be simpler to implement than the CUSUM, a moving-average (MA) control chart is more effective than a Shewhart for detecting small process shifts. To improve the economic design, this research constructs a statistical-economic model to determine the optimal parameters of an MA control chart with multiple assignable causes. This completed model can meet the requirements of factories and customers. A numerical example is



employed to demonstrate the function of the model. A numerical application also reveals that type I and type II errors can be considered simultaneously when there is a small increase in the cost of the control chart. Sensitivity analysis is also performed to determine the effects among parameters when implementing a statistical-economical model.

**Key Words:** moving-average (MA) control chart, statistical-economical design, sensitivity analysis

## 一、前言

管制圖以圖形方式提供製程中產品品質特性的相關資訊，當管制之品質特性不穩定或超出計畫之狀態時，可及時採取行動，以確保生產產品的品質，是統計製程管制中使用最廣泛的工具之一。而 Shewhart 管制圖為目前最常用的管制圖，Shewhart 博士建議每次取樣數為 4 或 5，管制界限為製程平均值  $\pm 3$  倍標準差，抽樣時間間隔由使用者自行決定 [9]，這些建議仍被廣泛採用著。然而管制圖的設計也可以在經濟性方面進行考量，以節省生產與作業成本。

Duncan [4] 首先提出  $\bar{x}$  管制圖的經濟設計法，利用該模型決定抽樣樣本大小 (n)、抽樣的時間間隔 (h) 及管制界限 (k) 的設計值，以使得管制作業的單位時間預期損失成本最小化，進而增加企業收入。推導出比傳統的 Shewhart 管制圖更低成本的管制圖設計參數。之後，陸續有多位學者提出各種  $\bar{x}$  管制圖經濟設計的修訂版本，或則是將 Duncan [4] 的品質成本定義加以細分、或將失效分配擴充為不同模式或加入統計限制等，推導出不同的管制參數，使管制圖的理論也愈趨完整。然此等研究，大多以瞬時法抽樣 (instant sampling) 之  $\bar{x}$  管制圖為主。如果考量流體的連續性生產，液體濃度於同段時間內極為均勻，或在自動化生產與量測的製程中，於一段時間內取一樣本進行檢測與繪製管制圖，對於此種生產模式，移動平均管制圖將是合適的一項選擇。

Montgomery [9] 指出移動平均管制圖在偵測微小製程變動時較 Shewhart 管制圖有更好的效率。Chen 與 Yu [2] 提出移動平均管制圖的經濟設計模型，以求得最低損失成本下的抽樣時間 (h)，移動平均樣本數 (n)，及管制界限 (k) 參數值。管制圖的經濟設計雖然可以降低管制圖之使用成本，然而其統計特性並不理想。因而本研究乃探討移動平均管制圖之統計經濟設計模型，以彌補純經濟設計之缺點。

## 二、文獻探討

Duncan [4] 提出以單位時間內期望淨損失為最小之平均值管制圖經濟模式設計，而成為管制圖經濟設計的先趨

者。在 Duncan 模式設計中，假設製程一開始處於管制狀態下，當製程發生變異時，僅平均值變動而標準差維持不變，且製程的變異為單一變異，失效機制服從指數分配；當發現製程脫離管制狀態時，需立即採取行動尋找變異原因，但製程並不中止。在後續的管制圖經濟設計研究中，此等假設被廣泛的應用。Duncan [5] 延伸單一可歸屬原因的假設到多變異狀態，而製程從管制內到管制外的時間仍設為指數分配，其中模式一為單項變異出現後製程在管制外狀態，直到偵測出為止之期間其他變異不會發生；模式二則是第 2 項變異在首項變異後可能接著出現，並以實例證明將單變異模式推展到多變異情況亦得到滿意的結果。

Saniga [10] 假設製程有二個可歸屬原因，一個可造成平均值的變動，另一個造成製程變異的偏移，製程變異的時間為指數分配而提出  $\bar{x}$ -R 管制圖聯合經濟設計。Lorenzen 與 Vance [7] 認為管制圖之經濟設計模式多且雜，為方便分析而提出管制圖經濟設計的一般模式，此分析模式只要計算製程管制內或管制外的平均連串長度就可以應用在管制圖之經濟設計模式中。Banerjee 與 Rahim [1] 以為製程失效率應隨時間增加而變大才較符合實際狀況，因而修改 Duncan [4] 的  $\bar{x}$  管制圖經濟設計，將製程由管制內到管制外的失效時間擴展為 Weibull 分配。Collani 與 Sheil [3] 則以單件產品的平均損失最少來考量，提出製程變異 S 管制圖的經濟設計。以上研究均以生產形態為斷件式 (piece-part) 生產模式來考量。

然而在連續性流動生產 (如化學工業) 中，並無法很清楚定義出生產單位，採用瞬時法取樣，易有品質混和良好之樣本組內變異接近於零之情形。Koo 與 Case [6] 考量生產形態為連續生產狀態，而提出  $\bar{x}$  管制圖之經濟設計。Chen 與 Yu [2] 考量製程移動平均而建立多變異移動平均管制圖經濟設計模式；Yu 與 Chen [15] 考量提出單變異移動平均管制圖經濟設計模式。

管制圖的經濟設計雖然可以降低管制圖之使用成本，然而其統計特性並不理想。Saniga [11] 提出了  $\bar{x}$  管制圖的



統計經濟設計模式，同時考慮管制圖的統計層面與經濟層面需求，此一建構雖較 Duncan [4] 的經濟設計模式所花費的成本要高，但由於可對管制作業的型 I 及型 II 誤差機率有效的控制，因此也是管制圖設計技術的一項提昇。其後，McWilliams [8] 針對此類型管制圖發表 FORTRAN 程式解，以程式將經濟設計模式加上型 I 與型 II 誤差機率限制之求解法；Saniga [12] 提出了計數值管制圖的統計經濟設計模式；Yang [14] 考量田口損失情況而提出 S 管制圖之統計經濟分析模型。

為使移動平均管制圖的設計考慮更為完整，在維持整體收益的最大化之外，希望管制圖能依據需求將生產者風險、消費者風險（型 I、型 II 誤差）控制在合理的範圍內，以彌補純經濟設計之缺點，本研究以 Chen 與 Yu [2] 之移動平均管制圖經濟設計為基礎，建構管制圖的統計經濟設計模式，以進一步提昇管制圖的管制效能。

### 三、移動平均值管制圖統計經濟設計模型

#### (一) 模式假設

本研究假設製程具如下的特性：

1. 製程中發生的變異受到多個變異原因 (multiple assignable causes) 的影響，例如，加工機器異常、環境變化、人為錯誤、原材料缺陷……等；
2. 製程中雖然可能產生多重變異情況，但當變異發生後，在此一變異尚未改正前，其它的變異（可歸屬原因）不會再出現。
3. 各個變異發生的機率假設為互相獨立的指數分配 (exponential distribution)；
4. 移動平均值的機率密度分佈均呈常態分佈；
5. 製程區分為管制內、管制外兩種；
6. 製程開始於管制內狀態，發生變異後才偏移至管制外狀態；
7. 製程發生變異後，瞬間發生偏移，且不會自動回覆到管制內；
8. 搜尋或改正變異期間，生產工作持續進行。

基於上述假設，模式中必須先求得製程管制週期時間及週期時間之管制圖成本，茲分述如下：

#### (二) 平均週期時間

本模式假設製程管制週期時間開始於管制狀態，當變異

發生時將使品質特性值產生偏移。平均週期時間包含下列四個區段：1. 系統在管制內的時間；2. 變異產生後到被偵測到之前時間；3. 抽樣及解釋結果時間；4. 找出及修復變異時間等。

#### 1. 系統在管制內的時間

假設製程有  $A_1, A_2, \dots, A_m, \dots, A_s$  個相互獨立，變異  $A_m$  之失效率為  $\lambda_m$ ，失效機率分布函數  $f(t) = \lambda_m e^{-\lambda_m t}$  之多重變異，則系統至變異發生的平均時間之期望值為：

$$T_0 = \frac{1}{\sum_{m=1}^s \lambda_m} = \frac{1}{\lambda} \quad (1)$$

#### 2. 變異產生後到被偵測到前之時間

當變異  $A_m$  在  $j^{\text{th}}$  與  $(j+1)^{\text{th}}$  抽樣樣本間發生，再經過  $i$  次抽樣後被偵測出製程變異的機率為：

$$P_{m,j,i} = \begin{cases} 1 - \Phi\left(k - \frac{i\delta_m}{\sqrt{j+i}}\right) + \Phi\left(-k - \frac{i\delta_m}{\sqrt{j+i}}\right) & \text{if } (j+i) < n \\ 1 - \Phi\left(k - \frac{i\delta_m}{\sqrt{n}}\right) + \Phi\left(-k - \frac{i\delta_m}{\sqrt{n}}\right) & \text{if } (j+i) \geq n, i < n \\ 1 - \Phi\left(k - \frac{n\delta_m}{\sqrt{n}}\right) + \Phi\left(-k - \frac{n\delta_m}{\sqrt{n}}\right) & \text{if } (j+i) \geq n, i \geq n \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\Phi(\bullet)$  為標準常態分配之累積機率密度函數， $k$  為管制界線之係數。令  $Q_{m,j,i} = 1 - P_{m,j,i}$ 。當  $(j+i) \geq n, i \geq n$  時， $P_{m,j,i}$  與  $j$  或  $i$  互為獨立，因而令  $P_{m,j,i} = P_{m,j,n} = P$ ； $Q_{m,j,i} = 1 - P = Q$ ，此時當變異  $A_m$  發生後，直到管制圖偵測出異常之平均抽樣樣本數 ( $ASN_m$ ) 及製程停留在管制外之時間 ( $T2_m$ ) 可以表示如下 [2]：

$$ASN_m = \left(1 - e^{-\lambda_m h}\right) \sum_{s=0}^{n-2} e^{-s\lambda_m h} E_{m,s} + e^{-(n-1)\lambda_m h} E_{m,n-1} \quad (3)$$

$$T2_m = h * ASN_m - \frac{e^{\lambda_m h} - (1 + \lambda_m h)}{\lambda_m (e^{\lambda_m h} - 1)} + e + D_m \quad (4)$$

其中  $e$  為抽樣及解釋結果之時間， $D_m$  為找出及修復變異之時間。 $E_{m,s}$  為變異  $A_m$  在  $s^{\text{th}}$  與  $(s+1)^{\text{th}}$  抽樣樣本間發生，直至偵測出異常之平均抽樣樣本數； $E_{m,s}$  可以表示如下：



$$E_{m,s} = \left\{ P_{m,s,1} + \sum_{i=2}^{n-1} i P_{m,s,i} \left[ \prod_{d=1}^{i-1} Q_{m,s,d} \right] + Q_{m,s,r} \left[ n + \frac{Q}{P} \right] \right\}$$

if  $s \leq (n-1)$   
 $= E_{m,n-1}$   
 if  $s \geq n$

(5)

其中  $Q_{m,s,r} = \prod_{d=1}^{n-1} Q_{m,s,d}$ .

故製程平均週期時間為：

$$T = \frac{1}{\lambda} \left( 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_m T_{2m} \right)$$

(6)

**(三) 週期時間之管制圖成本**

管制圖成本分為：(1) 超出管制狀態時，單位時間之成本損失；(2) 管制內尋找錯誤警告的單位時間成本；(3) 尋找及改正變異使其回覆到管制狀態的單位時間成本；(4) 單位時間抽樣成本等，分述如下 [2]：

1. 抽樣成本及超出管制狀態時，單位時間之成本損失 ( $L_1$ )

$$L_1 = L_1 = \frac{fc + vc}{h} + \left( \sum_{m=1}^S \frac{\lambda_m}{\lambda} T_{2m} \times U_m \right) / T$$

(7)

$U_m$ ：變異  $A_m$  產生，造成製程不良所增加的成本

$fc$ ：抽樣之固定成本

$vc$ ：抽樣之變動成本

2. 錯誤警告及改正變異的單位時間成本 ( $L_2$ )

在產生變異之前，平均抽樣次數 ( $SN_0$ )：

$$SN_0 = \sum_{j=0}^{\infty} j \binom{j+1}{jh} \lambda e^{-\lambda t}$$

(8)

設每次尋找錯誤警告之成本為  $V$ ，設尋找及改正  $A_m$  之製程變異源，每次成本為  $W_m$ ，則錯誤警告及改正變異的單位時間成本為

$$L_2 = \left( 2\Phi(-k) * SN_0 \times V + \sum_{m=1}^S \frac{\lambda_m}{\lambda} W_m \right) / T$$

(9)

因而單位時間內之總成本損失  $L$ ：

$$L = L_1 + L_2$$

(10)

極小化單位時間之總成本損失  $L$ ，此時所得之參數值  $n, h, k$  即為最經濟之參數。

**(四) 統計經濟模式**

設製程發生變異時，從變異發生到被偵測到的平均抽樣數為  $ASN$ ，消費者風險為  $\beta$ ，則

$$ASN = \sum_{m=1}^S \frac{\lambda_m}{\lambda} ASN_m$$

(11)

$$\beta = 1 - \frac{1}{ASN}$$

(12)

由於管制圖之經濟設計模式，以極小化管制圖之成本為基礎，因而常造成不佳之統計特性。為改進此一缺點，在管制圖之經濟設計模式中加入預欲之統計限制條件，此管制圖之參數設計，稱之為管制圖之統計經濟設計模式，模式如下 [14]：

極小化  $L = L_1 + L_2$

$$\text{且受限於 } \begin{cases} \alpha \leq \alpha_u \\ \beta \leq \beta_u \text{ or} \\ ASN \leq ASN_u \end{cases}$$

(13)

其中  $\alpha_u$ ：型 I 誤差（生產者風險）限制值； $\beta_u$ ：型 II 誤差（消費者風險）限制值； $ASN_u$ ：製程變異自發生到被偵測出的平均抽樣數限制值。

符合以上限制式之  $n, h, k$  值即為移動平均管制圖之統計經濟設定最適參數。

求解過程係以 Matlab 套裝軟體，應用其內建的統計函數及簡易的迴路與副函數功能，以 Grid 搜尋法為基礎，在求解時使用階層式搜索法，先以較大的  $h, k$  步階求取近似值，再在近似值附近進行更詳細的搜索，以求得最適設計參數。

**四、範例應用**

假設製程中有七種變異，參數  $\lambda_m$  為第  $m$  個變異每單位時間之平均發生次數，且當變異發生後製程將偏移  $\delta m \sigma$ ， $\sigma$  為已知。七種製程變異之偏移分別為  $1\sigma, 1.5\sigma, 1.8\sigma, 2\sigma, 2.2\sigma, 2.5\sigma, 3\sigma$ ，抽樣時之固定成本、變動成本  $fc = vc = 20$ ，當已知變異發生之後，找出變異發生原因，此時所執行之樣本檢



測、結果分析等所需之時間  $Y=1.25$  小時，製程為管制內，但產生管制外訊號時，所花費之尋找成本  $V=2000$ ，其他參數  $U_m, W_m, Z_m$ ，詳如表 1 所示。

假設我們對管制圖的要求為希望能滿足下列條件：1. 管制圖的作業成本與不良品流出造成公司損失的有形（量化）總損失成本應儘量的降低。2. 抽樣的型 I 誤差（生產者風險）應該低於 0.5%。3. 變異發生後到被偵測出的平均抽樣數（ASN）應低於移動平均抽樣數（ $n$ ）。（註：3 項之要求以使偵測出偏異時，作業員只需將該  $n$  件製品檢驗即確保完成不良品的篩選作業）。對此製程說明如下：

#### （一）傳統模式解

依 Montgomery [9] 範例設定設計參數，設抽樣時間間隔  $h$  定為 0.75 小時，以此計算其型 I 誤差為 17.99%，高於需求值 0.5%，型 II 誤差  $ASN=2.066 \leq 5$  滿足需求，總損失成本為 US\$797.35 元。而設將抽樣時間間隔  $h$  設定為 1 小時，以此計算其型 I 誤差為 17.99%，高於需求值 0.5%，型 II 誤差  $ASN=2.065 \leq 5$  滿足需求，總損失成本為 US\$693.07 元。

#### （二）經濟模式解

尋找單位時間內的總成本損失  $L$ ，在不同之樣本大小  $n$ ，其對應之設計參數及損失成本如表 2 所示 [2]。由表 2 可知， $n$  愈大時，成本損失也愈大。以  $n=2, h=0.650, k=2.686$  為參數設計值，管制圖總損失成本 US\$411.57 最低。惟依此設計的管制圖，型 I 誤差為 0.723% 已不滿足本範例要求小於 0.5% 的限制值。型 II 誤差部份， $ASN$  為 4.604 亦大於  $n=2$ ，不符需求值。

#### （三）統計經濟設計解

使用程式計算得符合限制之各  $n, h, k$  值詳如表 3。表 3 中未列出  $n$  小於 5 的各項設計值，由於在此例子裏其  $ASN$  大於  $n$ 。經比較在此情況下之最適解為  $n=5, h=0.505$ ，

表 1. 某化學製程之變異相關數據資料表

$A_m$	$\delta_m$	$\lambda_m$	$U_m$	$W_m$	$Z_m$
1	1.0	0.004502	575	1647	3.295
2	1.5	0.003503	1684	1283	2.566
3	1.8	0.003013	2902	1104	2.207
4	2.0	0.002732	4000	1000	2.000
5	2.2	0.002464	5342	902	1.805
6	2.5	0.002123	7778	777	1.555
7	3.0	0.001663	12606	609	1.218

表 2. 各  $n$  值下經濟模式最適解

$n$	$h$	$k$	$L(\text{cost}\$)$
2	0.650	2.686	411.57
3	0.577	2.856	413.28
4	0.533	2.936	420.09
5	0.505	2.967	427.37
6	0.485	2.978	434.14
7	0.470	2.980	440.24
8	0.458	2.978	445.74
9	0.447	2.976	450.73
10	0.438	2.973	455.30

表 3.  $\alpha \leq 0.5\%$ 、 $ASN \leq n$  之統計經濟模式最適解

$n$	$h$	$k$	$L(\text{cost}\$)$	$\alpha(\%)$	$ASN$
5	0.505	2.967	427.37	0.301	4.435
6	0.485	2.978	434.14	0.290	4.572
7	0.470	2.980	440.24	0.288	4.748
8	0.458	2.978	445.74	0.290	4.938
9	0.447	2.976	450.73	0.292	5.133
10	0.438	2.973	455.30	0.295	5.322

$k=2.967$ 。以此設計之管制圖其損失成本為 US\$427.37 元，較經濟模式者 US\$411.57 元略高， $\alpha=0.301\% \leq 0.5\%$ ， $ASN=4.435 \leq 5$  均符合需求。由表 3 數據可看出，本數值案例之統計經濟模式，在不同之樣本大小情況下，其型 I 誤差與  $ASN$  均符合原始設定值之上限要求。且在此等樣本大小情況下，各設計參數與損失成本與表 2 相同。亦即表 2 之此等樣本大小的經濟設計模式解，雖然並無統計條件限制，但均已符合統計限制條件之設計參數要求。

由以上 3 種設計方法，可明顯看出應用統計經濟設計模式之移動平均管制圖在型 I、型 II 誤差及降低成本三方面能同時滿足需求。使用傳統模式之移動平均管制圖，在本範例中，其型 I 誤差偏高、偏離需求值 0.5% 甚遠，作業之總損失成本，使用 1 小時抽樣模式為 US\$693.07 元，較統計經濟設計模式 US\$427.37 元之損失成本亦高 62%。經濟模式之損失成本雖較統計經濟模式低 3.7%，不過其型 I 誤差與型 II 誤差均未能滿足需求。

#### （四）統計經濟設計解之敏感度分析

影響移動平均管制圖之因子非常多，以下進行敏感度分析，以了解各主要因子改變對本研究之統計經濟管制圖設計參數及損失成本造成的影響，以提供應用時之參考。

假定多變異、單失效製程的各個參數因子  $\delta, \lambda, U$ 、



$W$ 、 $Z$ 、 $Y$ 、 $fc/vc$  中有一個參數分別以原來數值的 25%、50%、75%、125%、150%、175% 變化，以統計經濟模式求解其最適  $n$ 、 $h$ 、 $k$  值及損失成本的變化情形。各項製程特性因子造成的影響如下：

1. 變異發生時之偏移量 ( $\delta$ ) 的變化對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 及設計參數  $n$ 、 $h$ 、 $k$  的影響，如表 4 所示。偏移量 ( $\delta$ ) 越大時，將越容易偵測，統計經濟模式設計下單位時間總損失成本 ( $L$ ) 將越小， $n$  值較小， $h$  時間拉長， $k$  值也略為放大。
2. 變異發生失效率 ( $\lambda$ ) 的大小變化對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 及設計參數  $n$ 、 $h$ 、 $k$  的影響，如表 5 所示。變異發生失效率 ( $\lambda$ ) 越大時，損失將越大，對統計經濟設計模式之  $n$  不造成影響， $h$  時間將漸縮短， $k$  值則略為變小。
3. 變異發生造成的損失成本 ( $U$ ) 的大小變化對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 及設計參數  $n$ 、 $h$ 、 $k$  的影響，如表 6 所示。變異發生之損失成本 ( $U$ ) 越大時，損失將越大，對統計經濟設計模式之  $n$  不造成影響， $h$  時間則明顯的縮短， $k$  值則微量的變大後再變小。
4. 管制圖之維護成本 ( $fc$ ) / 樣本分析成本 ( $vc$ ) 的大小變化對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 及設計參數  $n$ 、 $h$ 、 $k$  的影響，如表 7 所示。管制圖維護成本 ( $fc$ ) / 樣本分析成本

表 4. 變異偏移量 ( $\delta$ ) 之變化影響數據表

	25%	50%	75%	100%	125%	150%	175%
$n$	20	10	6	5	4	3	3
$h$	0.246	0.347	0.444	0.505	0.580	0.668	0.718
$k$	2.808	2.870	2.892	2.967	2.989	2.995	3.000
$L$	658.58	525.46	460.26	427.37	402.15	380.71	370.76
$\alpha(\%)$	0.499	0.410	0.383	0.301	0.280	0.274	0.270
$ASN$	19.764	9.555	5.998	4.435	3.427	2.739	2.342

表 5. 變異失效率 ( $\lambda$ ) 之變化影響數據表

	25%	50%	75%	100%	125%	150%	175%
$n$	5	5	5	5	5	5	5
$h$	0.935	0.680	0.570	0.505	0.463	0.432	0.409
$k$	2.975	2.972	2.969	2.967	2.964	2.963	2.961
$L$	162.77	262.11	348.61	427.37	500.49	569.08	633.87
$\alpha(\%)$	0.293	0.296	0.299	0.301	0.304	0.305	0.307
$ASN$	4.455	4.448	4.440	4.435	4.428	4.425	4.420

表 6. 變異發生損失成本 ( $U$ ) 之變化影響數據表

	25%	50%	75%	100%	125%	150%	175%
$n$	5	5	5	5	5	5	5
$h$	1.065	0.730	0.588	0.505	0.450	0.409	0.378
$k$	2.965	2.965	2.966	2.967	2.967	2.968	2.967
$L$	165.65	260.69	346.42	427.37	505.29	581.06	655.21
$\alpha(\%)$	0.303	0.303	0.302	0.301	0.301	0.300	0.301
$ASN$	4.428	4.430	4.432	4.435	4.435	4.438	4.436

表 7. 管制圖維護成本/樣本分析成本 ( $fc/vc$ ) 之變化影響數據表

	25%	50%	75%	100%	125%	150%	175%
$n$	5	5	5	5	5	5	5
$h$	0.383	0.426	0.467	0.505	0.542	0.578	0.612
$k$	3.130	3.069	3.015	2.967	2.924	2.883	2.847
$L$	393.52	405.88	417.08	427.37	436.92	445.85	454.25
$\alpha(\%)$	0.175	0.215	0.257	0.301	0.346	0.394	0.441
$ASN$	4.853	4.687	4.550	4.435	4.337	4.248	4.172

( $vc$ ) 越高時， $L$  損失將越大，對統計經濟設計模式之  $n$  不造成影響， $h$  時間呈延長的趨勢， $k$  值則逐漸的縮短。

5. 變異改正及修理成本 ( $W$ ) 的大小變化對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 及設計參數  $n$ 、 $h$ 、 $k$  的影響，如表 8 所示。變異改正及修理成本 ( $W$ ) 越高時，損失將越大，對統計經濟設計模式之  $n$  不造成影響， $h$  時間呈微量的延長， $k$  值亦微量的延長。
6. 抽樣及檢驗花費時間 ( $e$ ) 的大小變化對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 及設計參數  $n$ 、 $h$ 、 $k$  的影響，如表 9 所示。抽樣與檢驗花費時間 ( $e$ ) 越多時， $L$  損失將越大，對統計經濟設計模式之  $n$  不造成影響， $h$  時間呈微量的延長， $k$  值呈非常微量的減少。
7. 變異改正及修理花費的時間 ( $D$ ) 的大小變化對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 及設計參數  $n$ 、 $h$ 、 $k$  的影響，如

表 8. 變異改正及修理成本 ( $W$ ) 之變化影響數據表

	25%	50%	75%	100%	125%	150%	175%
$n$	5	5	5	5	5	5	5
$h$	0.504	0.504	0.505	0.505	0.506	0.506	0.507
$k$	2.966	2.967	2.966	2.967	2.967	2.968	2.968
$L$	411.94	417.08	422.22	427.37	432.52	437.66	442.81
$\alpha(\%)$	0.302	0.301	0.302	0.301	0.301	0.300	0.300
$ASN$	4.433	4.435	4.433	4.435	4.435	4.437	4.437



表 10 所示。變異改正及修理花費的時間 ( $D$ ) 越多時， $L$  損失將越大，對統計經濟設計模式之  $n$  不造成影響， $h$  時間呈微量的延長， $k$  值呈非常微量的減少。

8. 各輸入參數  $\delta$ 、 $\lambda$ 、 $U$ 、 $fc/vc$ 、 $W$ 、 $e$ 、 $D$  的值變化為原始值不同百分比後，對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 影響，如表 11。由表中可明顯看出  $\delta$ 、 $\lambda$ 、 $U$  為對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 比重較大的影響因子。
9. 將表 1 製程中第 1 項變異之偏移量 ( $\delta$ )、變異發生失效率 ( $\lambda$ ) 及變異發生造成的損失成本 ( $U$ ) 分別給予不同比率的改變，其對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 之影響如表 12。由表中可看出第 1 項變異之  $\delta$  變小時，單位時間總損失成本 ( $L$ ) 明顯的增加，其增加幅度較同區間之  $\lambda$ 、 $U$  減小比例要大。

表 9. 抽樣及檢驗花費時間 ( $e$ ) 之變化影響數據表

	25%	50%	75%	100%	125%	150%	175%
$n$	5	5	5	5	5	5	5
$h$	0.495	0.498	0.502	0.505	0.509	0.512	0.516
$k$	2.968	2.968	2.967	2.967	2.966	2.967	2.966
$L$	365.65	386.47	407.04	427.37	447.47	467.34	486.98
$\alpha(\%)$	0.300	0.300	0.301	0.301	0.302	0.301	0.302
ASN	4.438	4.438	4.435	4.435	4.433	4.435	4.433

表 10. 變異改正及修理花費的時間 ( $D$ ) 之變化影響數據表

	25%	50%	75%	100%	125%	150%	175%
$n$	5	5	5	5	5	5	5
$h$	0.489	0.494	0.500	0.505	0.511	0.516	0.522
$k$	2.971	2.971	2.968	2.967	2.965	2.965	2.963
$L$	340.96	370.39	399.19	427.37	454.97	481.99	508.45
$\alpha(\%)$	0.297	0.297	0.300	0.301	0.303	0.303	0.305
ASN	4.445	4.445	4.438	4.435	4.430	4.430	4.426

表 11. 各參數值變化後對總損失成本影響數據表

幅度 因子	25%	50%	75%	100%	125%	150%	175%
$\delta$	658.58	525.46	460.26	427.37	402.15	380.71	370.76
$\lambda$	162.77	262.10	348.61	427.37	500.49	569.08	633.87
$U$	165.65	260.69	346.42	427.37	505.29	581.06	655.21
$fc/vc$	393.52	405.88	417.08	427.37	436.92	445.85	454.25
$W$	411.94	417.08	422.23	427.37	432.52	437.66	442.81
$E$	365.65	386.47	407.04	427.37	447.47	467.34	486.98
$D$	340.96	370.39	399.19	427.37	454.97	481.99	508.45

表 12. 第 1 項變異之  $\delta$ 、 $\lambda$ 、 $U$  變化對總損失成本 ( $L$ ) 影響數據表

幅度 因子	25%	50%	75%	100%	125%	150%	175%
1'st $\delta$	482.04	450.96	436.04	427.37	418.71	418.10	417.78
1'st $\lambda$	408.76	412.62	416.65	427.37	430.85	434.27	437.63
1'st $U$	413.18	417.95	422.68	427.37	432.04	436.67	441.27

10. 將表 1 製程中第 7 項變異之偏移量 ( $\delta$ )、變異發生失效率 ( $\lambda$ ) 及變異發生造成的損失成本 ( $U$ ) 分別給予不同比率的改變，其對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 之影響如表 13。由表可看出第 7 項變異之  $\delta$  在變化比率 25% 至 100% 間仍較  $\lambda$ 、 $U$  對單位時間總損失成本 ( $L$ ) 具更關鍵的影響。第 7 項變異之  $\delta$ 、 $\lambda$ 、 $U$  改變時較第 1 項變異之  $\delta$  對單位時間總損失成本造成影響較大。

## 五、結論

統計經濟設計方法得到的移動平均管制圖，由於在管制圖的設計中除要求有較低的總損失成本外並需符合型 I 與型 II 誤差的需求，因此在成本與統計特性上要較傳統移動平均管制圖或使用經濟設計模式者有更好的表現。在數值範例中可明顯比較出，統計經濟設計模式較經濟模式或傳統模式能更精確的限制抽樣風險在我們的期望值以內，而在降低總損失成本部分則較傳統模式為佳，在工業界講求降低成本，兼要求品質符合客戶的要求以維持企業在市場的競爭力之際，使用管制圖統計經濟設計方法較傳統方法更能滿足需求。對於經濟設計模式，作業損失成本雖然最低，但是抽樣誤差風險有可能超出管制需求，傳統模式則在品質和抽樣誤差都可能無法得到預期的效益。統計經濟設計模式解決了前述方法相關的問題。

Woodall 及 Montgomery [13] 指出，管制圖的經濟設計有三大缺點：(1) 數學程式太複雜且不易計算；(2) 各項時間、成本參數不易估計；(3) 統計特性較差，前述因素使得

表 13. 第 7 項變異之  $\delta$ 、 $\lambda$ 、 $U$  變化對總損失成本 ( $L$ ) 影響數據表

幅度 因子	25%	50%	75%	100%	125%	150%	175%
7th $\delta$	497.21	443.56	433.01	427.37	423.72	414.91	413.04
7th $\lambda$	377.33	394.17	410.85	427.37	443.75	452.89	468.61
7th $U$	376.77	393.77	410.63	427.37	444.00	460.52	476.94



其使用性受到質疑，及不利於推廣應用。統計經濟設計模式雖然沒有了(3)的問題，但是(1)與(2)項問題仍然存在，當然；隨著電腦應用的普及及發展套裝軟體，未來這些將不再是困難的事，惟這也是推廣時需考量的一個課題。

對於移動平均管制圖的後續研究，能否更為簡化設計參數的決定？在實務上的管制效果如何、是否與研究相符？目前的假設與生產實務契合度及效益如何等，都是值得繼續探討的問題。

### 參考文獻

- 1 Banerjee, P. K. and M. A. Rahim (1988) Economic design of  $\bar{X}$  control charts under Weibull shock models. *Technometrics*, 30, 407-414.
- 2 Chen, Y. S. and F. Y. Yu (2003) Determination of optimal design parameters of moving average control charts. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 21, 397-402.
- 3 Collani, E. V. and J. Sheil (1989) An approach to controlling process variability. *Journal of Quality Technology*, 21, 87-96.
- 4 Duncan, A. J. (1956) The economic design of  $\bar{X}$  charts used to maintain current control of a process. *Journal of the American Statistical Association*, 51, 228-242.
- 5 Duncan, A. J. (1971) The economic design of  $\bar{X}$ -charts when there is a multiplicity of assignable causes. *Journal of the American Statistical Association*, 66, 107-121.
- 6 Koo, T. Y. and K. E. Case (1990) Economic design of  $\bar{X}$  control charts for use in monitoring continuous flow processes. *International Journal of Production Research*, 28, 2001-2011.
- 7 Lorenzen, T. J. and L. C. Vance (1986) The economic design of control charts: A unified approach. *Technometrics*, 28, 3-10.
- 8 McWilliams, T. P. (1994) Economic, statistical, and economic-statistical  $\bar{X}$  chart designs. *Journal of Quality Technology*, 26(3), 227-238.
- 9 Montgomery, D. C. (2001) *Introduction to Statistical Quality Control*, 4th Ed., 206-210, 439. John Wiley & Sons, New York, NY.
- 10 Saniga, E. M. (1977) Joint economically optimal design of  $\bar{X}$  and  $R$  control charts. *Managements Science*, 24, 420-431.
- 11 Saniga, E. M. (1989) Economic statistical control chart designs with an application to  $\bar{X}$  and  $R$  charts. *Technometrics*, 31, 313-320.
- 12 Saniga, E. M. (1995) Economic, statistical, and economic-statistical design of attribute charts. *Journal of Quality Technology*, 27, 56-73.
- 13 Woodall, W. H. and D. C. Montgomery (1999) Research issues and ideas in statistical process control. *Journal of Quality Technology*, 31(4), 376-386.
- 14 Yang, S. F. (1998) Economic statistical design of S control charts using Taguchi loss function. *International Journal of Quality & Reliability Management*, 15(3), 259-272.
- 15 Yu, F. J. and Y. S. Chen (2005) Economic design of moving average control charts. *Quality Engineering*, 17(3), 391-397.

收件：95.06.26 修正：95.09.12 接受：95.10.11



## 附錄：參數定義

統計經濟設計相關參數：

- $T_0$ ：系統停留在管制內的時間
- $T2_m$ ：變異  $A_m$  發生後，停留在管制外的平均時間
- $ASN_0$ ：在產生變異之前，平均抽樣次數
- $ASN_m$ ：變異  $A_m$  發生後，自變異發生到被偵測出的平均抽樣數
- $fc$ ：抽樣所需之固定成本
- $vc$ ：抽樣所需之變動成本
- $E_{mj}$ ：變異  $A_m$  發生在第  $j$  個與  $j+1$  個抽樣樣本間，到被偵測出之平均抽樣數
- $h$ ：抽樣時間間隔
- $k$ ：管制界限係數
- $L_1$ ：抽樣作業及製程超出管制狀態時之單位時間成本損失
- $L_2$ ：尋找錯誤警告及尋找、改正變異的單位時間成本
- $n$ ：移動平均樣本數
- $P_{m,j,i}$ ：變異  $A_m$  在第  $j$  個與  $j+1$  個抽樣樣本之間產生，然後在後續的第  $i$  個樣本偵測到該變異發生的機率
- $T$ ：品質時間週期
- $U_m$ ：變異  $A_m$  產生，增加的損失成本
- $V$ ：製程為管制內，但產生管制外訊號時，所花費之尋找成本
- $W_m$ ：變異  $A_m$  產生，並加以改正，所需的成本
- $e$ ：抽樣及解釋結果之時間
- $D_m$ ：尋找及修復變異之時間
- $\Phi$ ：常態機率密度分佈函數
- $\alpha$ ：型 I 誤差的機率，又稱生產者風險
- $\beta$ ：型 II 誤差的機率，又稱消費者風險
- $\delta_m$ ：變異  $A_m$  發生時製程之偏移係數
- $\lambda_m$ ：變異  $A_m$  單位時間內平均之失效次數

