

# 應用灰色理論於透析產品預測之研究

葉玉玲<sup>1</sup>、駱景堯<sup>2</sup>

<sup>1</sup>南開科技大學 工業管理系

<sup>2</sup>國立雲林科技大學 工業管理系

通訊作者：葉玉玲

聯絡地址：南投縣草屯鎮中正路 568 號

電子郵件：yip @nkut.edu.tw

投稿日期：2012 年 10 月

接受日期：2013 年 2 月

## 摘 要

因應台灣社會人口結構日趨老化，慢性或急性疾病更需龐大的醫療服務，透析醫療行為需具穩定性及持續性，雖不會因經濟景氣循環而有所改變，但進入市場後所造成供應不及之衝擊更大，將提高競爭對手進入市場之機會，造成客群流失。本研究以透析產品銷售為研究對象，應用灰色理論預測方法，以模式 GM(1,1) 所預測的結果，與傳統的移動及指數平均等預測方法進行差異比較；探討透析產品未來銷售預測方法延用，提昇供應服務水準及減少企業呆滯之存貨。本研究結果發現，透過灰色理論預測模式，以四期資料呈現之誤差值比五期資料低，不需長期歷史資料作計算，再配合企業經營方式，短期資料就能輔助預測計算，更能貼近實際需求，以應於市場瞬息萬千的變化；使有限之成本投入開發更優質之產品提昇服務，保持長期優勢的競爭力。

**關鍵詞：**透析產品、預測方法、灰色理論

## 壹、緒論

醫療產品需受到嚴格的品質控管，提供給病患使用時，必需待其產品達到安全係數才能降低其風險值；經營企業最大目的則為利潤，因此為了避免病患缺乏醫療產品使用，同時企業又可提升獲利下，最佳之預測乃是規劃的基礎。根據行政院衛生署 2007 年統計「腎炎、腎病徵候群及腎性病變已高居台灣十大死因第八位」，與歐美，日本相較之下，2006 年末期腎病變盛行率在每百萬人口中，台灣有 2,226 人、美國 1,641 人、日本 1,956 人；末期腎病變發生率則每百萬人口中，台灣有 418 人、美國 363 人、日本 275 人（綠十字健康網，2012）。由此推論，不管在腎病變盛行率及發生率，台灣對於這些末期腎病名列世界第一。台灣地區慢性腎衰竭病人

逐年增加，根據健保局統計洗腎人口高達六萬多，占健保支出約三百億，其盛行率為世界第一。健保局為了提升對病患之服務成立「慢性腎衰竭病人門診透析服務品質提升計畫」，目的希望透過計畫實施，提昇醫療品質及透析服務，促進完整性之照護系統，確保透析病患得到良好照護及安全（行政院衛生署，2012）。當腎臟無法自行運作排除尿毒素及人體廢物，要維持生理功能正常運作必需透過透析治療或腎臟移植。透析產品主要功能，是用於救助慢性或急性腎功能衰竭的病人，經過透析治療後將體內過多的水份、鹽份及尿毒素排除，目前較常使用的方式為血液透析及腹膜透析（張炎林、劉紹毅，2008）。

### 一、血液透析



經由半透膜的兩端血液及透析液中的分子，經濃度的差異而互相產生自由擴散的現象 (diffusion) 叫做透析作用。如此即可使血液中的尿毒分子，得以經過透析液帶出體外。如果在透析液邊加上負壓 (抽吸的拉力)，則會使血液中的水份大量的移到透析液中，而帶離人體，此種作用及叫做超過濾 (ultrafiltration) (台北榮總血液透析室，2012)。所需之設備、流程及主要構成系統包括：

1.設備：人工腎臟、迴路導管、透析藥水、洗腎機、逆滲透處理水。

2.流程：隨血液以血液幫浦由動脈穿刺抽血，每分鐘約 200-300 西西經由人工腎臟的紅色端流向藍色端再經靜脈回流回患者體內，而透析液由洗腎機流出經由藍色端流向紅色端，通過半透膜與血液互相交換物質以達到清除尿毒素、過多水分及調整電解質及酸鹼值的目的。

3.主要構成系統重資料率 (double data rate; DDR)，DDR SDRAM 是一種應用在高速的伺服器與工作站上的記憶體，透析器、透析液供給裝置及監測裝置。

## 二、腹膜透析

俗稱「洗肚子」，利用人體腹腔內包覆內臟器官的薄膜 (半透膜/腹膜)，執行過濾毒素與水份交換的方式，排除體內廢物及移除過多水份。

在透析產品面上，為了達到醫療品質需求提供更好之服務，其醫材製造也積極開發品質優良價格合宜之產品，並服務至最終客戶。

本研究以透析產品之醫材製造廠為例，銷售對象為醫療院所或經銷商，由於庫存量將積壓公司資本，且因院區儲放空間不大，因此製造廠需將預定銷售數設置安全存量管制。預測常會隨經濟、市場、消費行為...等改變而影響，供給過多產生之存貨導致企業成本增加，而供應不及導致病患因更換替代產品造成不適感，也嚴重流失日後市場佔有率。隨著企業發展與市場改變若能提早因應，產品供應不至匱乏而影響到病患；企業也能有效控制成本。為了降低未來不確定因素及變數產生落後，使用預測方法進而尋求其規則，對未來能提早因應提昇助益。

洗腎病患需透過一連串之醫療行為透過醫材行使透析過程，對於治療是無法等待產品到位後再實施，萬一缺貨以其它產品替代時，容易引發病患使用觀感問題，提供給病患之服務大打折扣。另外一方面，企業存貨若大於銷售所需，產品品質因保存期限問題終而報廢，所衍生將是很可觀之費用，相對增加成本。為了有效改善供需平衡，企業選擇最佳預測模式，讓市場所造成之變動，更符合規劃期待，不僅減少成本支出，且能有效提昇服務。故本研究之目的包括：

- 1.以透析產品銷售為研究對象，探討相關之預測方法。
- 2.應用灰色理論預測方法，以模式 GM(1,1) 所計算出結果，與傳統預測方法做一比較
- 3.使用灰色系統理論建構透析產品不同數列之模型，探討透析產品未來銷售預測之方法延用，提昇供應服務水準及減少企業呆滯之存貨。

由於本研究依某一生產透析產品之醫材製造廠所供應台灣區之銷售，將有關之產品銷售記錄，作為研究資料基礎，將預測銷售值與實際誤差做一比較，其它領域之研究未列入此討論之範圍。

依據于宗先 (1972) 對預測的定義：「預測是對未被觀察事象 (未知) 的一種說明。所謂未被觀察事項不僅指未來的事象，也指已發生的事象。如果所涉及的包括這兩種事象，則稱為廣義的預測 (prediction)；如果所涉及的僅是未來的事象，則稱為狹義的預測 (forecasting)」。其預測之目的主要協助管理階層，依服務需求的特性，將未來整體投入與產出狀況做一規劃。

企業組織是透過「人」運作過程而成，管理者需善用組織資源以達成目標，Henri (1916) 提出管理五大功能為規劃、組織、命令、協調與控制，之後經許多學者的整理為規劃、組織、領導及控制。而規劃基礎乃是預測，對未來它可以是主觀、直覺或透過歷史數據及數學模型協助導出，提供經營者決策之參考，且作為評估績效之準則。

溫坤禮、黃宜豐、張偉哲 (2002) 提到預測方法有三百多種。目前已將預測廣泛運用在各個領域上作為規劃基礎，在管理中為最普遍被應用且重要，其通常使用的有：

1.統計趨勢分析：依據預測項目及其目標，透過不同對象進入調查，找出有關項目發展趨勢變化求出預測值 (Aczel & Sounderpandian, 2010)。

2.迴歸分析：根據過去資料找出二個量值存在著關係，使用統計學方法找出統計關係，若符合最小平方方法即可得出迴歸分析模型。

3.德爾菲法：此方法最早於 1953 年由美國公司的研究人員發展出來。透過系統分別將所需要解決問題發送給各專家徵詢意見，再經由綜合意見及預測問題反饋如此重複發送修改，取得一致性對於預測結果的決定。

4.馬爾可夫預測方法：由俄國數學家馬爾可夫於 1900 年開始發展，主要用於線性統計模型中參數估計問題，是一種預測事件發生機率。對於事件轉換過程中所產生的轉移機率，可由前一個事件進而推論或推算出。方世杰 (1990) 將預測時程區分為短期預測為一到三年時間、中期預測為三到五年時間，而長期預測為五年以上時間。預測技術依其種類可分為判斷法、計數法、時間序列法、關聯或因果法對於各



種預測也發展出不同方式，因應瞬息萬變年代，企業應選擇適用本身之最佳預測方法。

預測方法主要分成定性預測及定量預測 (Donlebell & Krasner, 1977)。定性預測是指通常在較缺乏歷史資料參考下，匯集各專家、客戶群及與會人員意見，再經由人員蒐集的市場資料、觀察及分析報告，來探討的經濟面行為。此類預測包括有專家意見法、主管人員共識凝聚法、銷售人員調查法及市場調查法。至於，定量預測則是指將歷史數據套用數學公式或模型，使用統計方法檢視資料，找出可能的模式關係預測未來的結果，在具有大量歷史資料時較為適用。此類預測方法包括如下：

1.時間序列法：Chopra and Meindl (2001) 提出建立一個與過去需求相關的數據呈現趨勢型，其趨勢清楚及穩定時，將時間設定作觀察以預測未來。常用之方式有移動平均法、指數平滑法、時間數列分解法。

2.因果關係法：依據某項因素及認為可能會被影響的因素變數，找尋相關經濟指數種類建立迴歸模式，假設實際需求會隨經濟指數變動，利用二者之間的數學關係所發展而成，其表現呈現因果模式。

3.簡單迴歸分析法：分析過去觀察因素與未來預測因素間達某一水準時，適用二變數呈線性關係。

4.季節因素法：整年度觀察值中會隨著季節變化呈現規律的循環，且在每度大致模式相同。

灰色理論基本觀念為大自然界中，所有已知資訊為白 (white)，未知資訊則為黑 (black)，然而介於已知及未知間模糊地帶則稱為灰 (grey)。此由學者鄧聚龍 (1982) 所提出，為近代發展出之預測模式，且經國內外學者努力耕耘及開拓，目前已被廣泛應用於各領域，不斷的成長與發展中 (吳漢雄、鄧聚龍、溫坤禮，1996；鄧聚龍，1988；鄧聚龍、郭洪，1996)。

灰色理論系統乃是對於預測系統模型不確定，在資訊不完整下，進行系統關聯度分析及建構模型，可藉著預測及決策的方法進行探討瞭解系統情況，計算過程簡單，不需大筆歷史資料演算，僅需 4 筆樣本數，即可對系統之「不確定性」、「多變量輸入」、「離散數據」及「數據的不完整性」作有效處理 (翁慶昌、陳喜權、賴宏仁，2001；溫坤禮、趙忠賢、張志宏，2009)。其系統包括如下：

1.灰色生成 (grey generating)：灰色生成即對原始數據採用補充訊息作處理，在一些無序列的數據下，設法找出其規律或特性關係，是一種就數找數的方式。形成新數列後，利用灰色生成方式降低數據中之隨機性，浮現原被隱含之數據之特徵，達到預測之目的。常用之灰色系統生成方法：

(1) 灰生成：原始數據做一處理成新數列

(2) 累加生成：將數據依序做累加

(3) 逆累加生成：累加生成的逆運算

(4) 差值生成：建立中間差異的數值

2.灰關聯分析 (grey relational analysis)：計算離散序列間相關的方法，衡量各因素間相關的程度。灰關聯分析藉由數學模式將定性轉為定量分析，可處理少數數據多因素的分析，彌補傳統統計迴歸的缺點。

3.灰建模 (grey model construction)：利用新數列生成的數據，建模灰差分方程與灰擬微分方程之方式，只適合連續可微分的對象及屬於無窮信息的空間。一般分為下列幾種：

(1) GM (1,1)：表示一階微分，輸入一個變數，一般做預測用。

(2) GM (1,N)：表示一階微分，輸入 N 個變數，一般做多變量關聯分析用。

(3) GM (0,N)：表示零階微分，輸入 N 個變數，一般做多變量關聯分析用。

4.灰色預測 (grey prediction)：建立 GM (1,1)模型為基礎，對現有數據進行預測分析，實際是為了找出各元素未來的動態發展，只需少量數據即可運用數學基礎模型作計算相當便利。Meng and Wevers (2006) 提出配合系統的不確定性，使用元素的關係作系統的建模與預報系統，而 GM (1,1) 提供了一個離散數據強大的工具建模系列。

5.灰決策 (grey decision making)：對於某一事件，會因為不同因素考量，作出不同的決策而有不同的效果，為了改善此問題，將決策與模型結合稱為灰決策。

6.灰色控制 (grey control)：傳統控制上一般是利用輸出及輸入數據，做成轉移函數 (transfer function) 求出增益值；或者利用狀態空間法 (state space)，求出輸出輸入數據間的動態關係。灰色控制則是透用系統轉換之數據，尋求系統發展間的規律預測未來，利用預測值回授系統進行控制的法則。

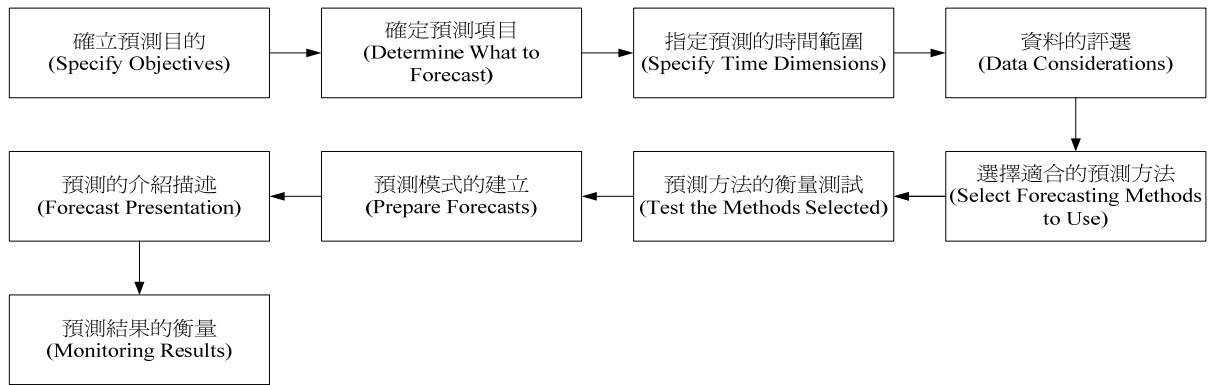
對於廣泛運用灰色理論預測方法之相關研究 (李順益，2002；黃錫鴻，2009；張偉哲、溫坤禮、張政延，2002；陳彥琴，2005；羅偉榮，2008)，其中 Huang et al. (1991) 以灰色系統理論為基礎作為降雪預報，結果呈現運用灰色系統以少量數據，由以前的規律作序列轉換，實際現象較得到滿意結果，已被證明為一種有效的預測。Mohammadi et al. (2011) 以灰色理論系統作為伊朗交通事故之預測，灰色理論可以以少樣本處理不完整或未知訊息，模擬各種不同 GM 模型作為預測，最後結果以 GM (1,1) 的預測精度高於其它。

## 貳、方法

本研究依所採用之預測方法，將所計算出之預測結果作比較。Wilson and Keating (1990) 提出對於準確而有效之預



測，需確實做好下列步驟，見圖一：



圖一 預測的步驟

### 一、移動平均法

預測時間序列的移動平均法，沿著序列作計算，依所設定之固定值將觀察值平均，是一連串由平均數所構成的數列，將序列平滑化減少季節性或不規則性因素，讓數據所呈現是趨勢。其優缺點為加大期數可使數列呈現更為平滑，但降低對實際變動之敏感度；預測值常停留於過去變動的水平裡，很難有波動；需要大量的歷史資料作計算 (Jones & George, 2009)。其公式運算：

$$\hat{x}(t) = \frac{x_{(t-1)} + x_{(t-2)} + x_{(t-3)} \cdots + x_{(t-n)}}{n} \quad (1)$$

$\hat{x}(t)$  =  $t$ 期的預測值

$n$  = 期數

$x_{(t-1)} + x_{(t-2)} + x_{(t-3)} + \cdots + x_{(t-n)}$  = 實際值

### 二、指數平滑法

預測時間序列的指數平滑法，屬於移動平均概念的延伸，運用其平滑的原始數列計算，然後依平滑後的序列預測未來，預測值是本期與前一期序列數值的加權平均；對於歷史數據具有季節性變化或明顯趨勢變動之預測，可採用此法較具效益。其優缺點為建構模式及驗證模式很簡單，只需要最近預測結果、平滑常數及最近一期實際需求即可算出，常出現預測延遲狀況，需求方向改變時，常容易出現波動高估或低估情形，亦需大量歷史資料作計算。其公式運算：

$$\hat{x}(t) = \hat{x}_{(t-1)} + \alpha(x_{(t-1)} - \hat{x}_{(t-1)}) \quad (2)$$

$\hat{x}(t)$  =  $t$ 期的預測值

$t$  = 當期期數

$x_{(t-1)}$  = 在時間  $t - 1$  的實際值

$\alpha$  = 平滑係數

### 三、灰色理論方法

系統理論發展史上，控制論學者 Wiener (1945) 的「合箱 (closed box)」與 Ashby (1953) 的「黑箱 (black box)」用來定義內部結構、參數及特性未知的系統，當時只好以研究對象外部及直接觀察的因果關係，加上輸出入關係來研究這類關係。後來有人提出「灰箱 (grey box)」理論，所指的是客觀事物中有部份問題是明確的，但「灰箱 (grey box)」在學術上特點並不多，仍是以外部系統的特徵作研究，「箱」內部已知的白色訊息無法利用。因為在大系統中除了時間數據外，其它訊息相當的少。因此，70年代末中國華中理工大學鄧聚龍教授開始研究，使用時間數列建立系統動態模型。在1979年，由錢學森教授主時的軍事系統工程學術會議，由鄧聚龍教授宣讀「參數不完全大系統的最小信息鎖定」一文。1981年在上海召開的中美控制系統學術會議，又宣讀「Control problems of unknown systems」一文，發言中首次使用「grey system」一詞。1982年1月在自動化學報上，發表了「參數不完全大系統的最小信息鎖定」一文。1982年3月在North-Holland公司出版的國際雜誌「Systems & Control Letters」上發表了「Control problems of grey Systems」，此代表於國際上正式宣告「灰色系統」的誕生 (Deng, 1982; Deng, 1996; Liu, 2007; Liu, Forrest, & Vallee, 2009)。同年也在中國華中工學院學報上，發表了灰色系統第一篇論文「灰色控制系統」。此後經國內外學者的研究開拓，目前已成功應用於多方領域中 (Kayacan, Ulutas & Kaynak, 2010)。

(一) 灰色關聯生成：將數據依實際狀況作一處理，提昇數據可視性。灰色 GM 生成模型：

1. 令  $x^{(0)}$  為原始數列

$$\begin{aligned} x^{(0)} &= (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)) \\ &= (x^{(0)}(k); k = 1, 2, 3, \dots, n) \end{aligned} \quad (3)$$



2. 定義  $x^{(1)}$  為  $x^{(0)}$  一次累加生成數列 (accumulated generating operation; AGO)

$$\begin{aligned} \{x^{(0)}(k)\} &= x^{(1)}(k) \\ &= \left( \sum_{k=1}^1 x^{(0)}(k), \sum_{k=1}^2 x^{(0)}(k), \dots, \sum_{k=1}^n x^{(0)}(k) \right) \\ &= (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n)) \end{aligned} \quad (4)$$

3. 由圖形跳動更改為遞增情形。利用級比檢驗序列  $\alpha^{(1)}k$ ，若  $\alpha^{(1)} \in [0, 1]$  可計算均值列。

$$\alpha^{(1)} = \frac{x^{(1)}(k-1)}{x^{(1)}(k)}, k \geq 2 \quad (5)$$

(二) 逆累加生成 (inverse accumulated generating operation; IAGO)

$$\begin{aligned} I^{(1)}(x^{(r)}(k)) &= I^{(0)}(x^{(r)}(k)) - I^{(0)}(x^{(r)}(k-1)) \\ &= x^{(r)}(k) - (x^{(r)}(k-1)) \\ &= x^{(r-1)}(k) \end{aligned} \quad (6)$$

簡化成一般式，當  $r=1$  時

$$\begin{aligned} x^{(1)}(k) &= \sum_{m=1}^{k-1} x^{(0)}(m) + x^{(0)}(k) \\ &= x^{(1)}(k-1) + x^{(0)}(k) \end{aligned} \quad (7)$$

(三) 灰色關聯度：做離散數列之間的測度計算。

(四) 灰色 GM (1,1) 模型：

1. 依據灰色理論定義，GM(1,1)模型的灰微分方程式為

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (8)$$

其中 a 及 b 為係數，

$$x^{(1)} = AGOx^{(0)} = \left( \sum_{k=1}^1 x^{(0)}(k), \sum_{k=1}^2 x^{(0)}(k), \dots, \sum_{k=1}^n x^{(0)}(k) \right) \quad (9)$$

2. 模型推導

(1) 轉化前後項之差

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} \rightarrow x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) \quad (10)$$

(2) 由逆累加生成得

$$x^{(1)}(k+1) - x^{(1)}(k) = x^{(0)}(k+1) \quad (11)$$

(3) 背景值  $x_1^{(1)}(t)$  的定義

$$x^{(1)}(k) \rightarrow 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1) = z^{(1)}(k) \quad (12)$$

綜合以上，具有一個變數及一階微分 GM (1,1)模型的灰差分方程式為

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b \quad (13)$$

3. 影子模型 GM(1,1)

$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$  只是近似微分方程式構成條件，

但非真正的微分方式，是利用序列建立相近的微分方程式，不能把它當作真正的微分方程式。在灰預測中常以  $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$  取代源模型  $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ ，無數學推導過程，使用非數學手段溝通，所以稱為白化或影子模型。

(1) GM (1,1)模型的白化響應式

在  $\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$  中， $x^{(1)}$  的初始值  $x^{(0)}(1) = x^{(1)}(1)$ ，使用一般微分求解方法，可得到離散化  $x^{(1)}$  響應式：

$$\hat{x}(k+1) = \left( x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (14)$$

其中： $x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(k))$

$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(k))$

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (15)$$

簡化成：

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1))e^{-ak} + \frac{b}{a}(1 - e^{-ak}) \quad (16)$$

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = (1 - e^{-a}) \left( x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-ak} \quad (17)$$

( $k+1$ =預設值)。

(五) GM (1,1)參數求法：對於 a 及 b 參數利用最小平方及展開式求解。

1. 最小平方方法：代入各數值至微分方程式中

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$$

$$x^{(0)}(2) = -az^{(1)}(2) + b$$

$$x^{(0)}(3) = -az^{(1)}(3) + b$$

$$x^{(0)}(4) = -az^{(1)}(4) + b$$

$$\dots$$

$$x^{(0)}(n) = -az^{(1)}(n) + b$$



轉換成矩陣  $Y = B\hat{a}$ ，由  $\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y$  求出  $a$ 、 $b$  數值。

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix} \quad \hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (18)$$

## 2. 展開式求解

$$a = \frac{\sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) \sum_{k=2}^n x^{(0)}(k) - (n-1) \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) x^{(0)}(k)}{(n-1) \sum_{k=2}^n [z^{(1)}(k)]^2 - \left[ \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) \right]^2} \quad (19)$$

$$b = \frac{\sum_{k=2}^n [z^{(1)}(k)]^2 \sum_{k=2}^n x^{(0)}(k) - \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) x^{(0)}(k)}{(n-1) \sum_{k=2}^n [z^{(1)}(k)]^2 - \left[ \sum_{k=2}^n z^{(1)}(k) \right]^2} \quad (20)$$

## (六) 計算誤差

利用誤差公式求出結果。

$$e(k) = \left| \frac{x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)}{x^{(0)}(k)} \right| \times 100\% \quad (21)$$

其中  $e(k)$ ：為誤差值大小

$x^{(0)}(k)$ ：為原始數列數據

$\hat{x}^{(0)}(k)$ ：為預測數列數據

## 四、小結

為求最符合企業之預測方法，本研究採時間序列法之移動平均法、指數平滑法及灰色理論預測方法，因應市場瞬息萬變，依其所計算出之最小誤差，選擇對期數短之灰色理論預測方式，作為日後預測之方法依據 (Lin, Chen, & Liu, 2004; Liu, 2003; Yeh, Chen, & Lin, 2001; Xie & Liu, 2009)。

## 參、結果

### 一、個案描述

醫療透析產品用以輔助病患，然而無法讓病患等待產品到貨再進行療程，最怕的就是缺貨，替代品容易引起病患觀感不適；企業並無法對每一產品百分百吻合需求，考量其經營成本下，除了對市場動態有精銳敏感度，也需使用適合之方法做預測規劃，才能因應客戶所需。本研究以醫療製造廠為例進行蒐集台灣區自 2007 年~2011 年各透析產品銷售資料，如表一至表五。

表一 2007 年各透析產品銷售總計表

產品	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
A	360	-	288	1080	1800	1800	1800	2400	2400	3000	2400	3000
B	19200	24000	26400	19200	12000	14400	48000	-	15600	32328	21600	22200
C	1200	1560	1800	1800	1200	2160	1920	1200	2400	3000	1200	1200
D	8400	8400	8400	7200	13200	10080	10800	9600	10800	15360	10080	11280
E	12000	19200	26400	16800	15360	13200	19200	12000	23520	25176	17400	22200
F	12000	15720	24480	18000	27600	21000	19800	16800	24000	23160	25200	30192
G	18000	27000	36000	30000	33000	32400	33000	30000	36000	38088	29040	40128
H	720	1200	1440	1500	1800	3000	600	600	2160	5160	5520	3864
I	-	-	1320	3360	3000	3000	3600	3600	6000	6000	720	4800
J	1200	4200	6000	600	-	1800	4200	1800	5040	4200	2400	2160
合計	73080	101280	132528	99540	108960	102840	142920	78000	127920	155472	115560	141024

單位：個



表二 2008年各透析產品銷售總計表

產品	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
A	3000	2040	2400	2400	3000	1800	2400	4200	1800	3600	3360	3000
B	21600	18000	15600	20400	21600	18000	18000	23400	18000	20400	15000	22800
C	1800	3360	-	1200	2400	1200	1560	1920	1800	1800	2400	2760
D	10080	11400	12000	12000	10200	8400	7920	8400	9000	11400	12000	11640
E	19920	19326	21840	21000	16800	13800	9000	20040	17760	35520	9000	14400
F	27000	19200	20400	13200	27600	18000	11400	19800	16800	18600	16800	18600
G	40080	30000	32400	38400	39600	27600	39600	43200	43800	69360	39000	69000
H	6720	3600	3960	5880	7800	3000	2760	6600	4800	7200	3600	4800
I	3840	4800	7200	7296	3840	1200	3960	2400	4800	5040	6600	3000
J	2400	3600	4800	4200	4200	6000	-	1800	2400	3600	4800	2160
K	1800	-	1200	960	3120	2400	2400	3600	1800	3000	3120	1800
合計	136440	115326	120600	125976	137040	99000	96600	131760	120960	176520	112560	152160

單位：個

表三 2009年各透析產品銷售總計表

產品	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
A	3000	4800	1200	1800	1200	2160	3000	2400	2400	2400	2400	2400
B	25320	22800	16800	18000	16200	21000	18000	18000	18600	22320	19800	21000
C	1200	2400	1200	2400	1200	6240	5400	4200	4200	3000	1200	4680
D	14400	22200	3600	19800	21400	16800	15600	13200	19920	13080	19200	16200
E	24600	18000	13800	23400	16200	18000	21600	22800	21000	18120	20400	20400
F	27000	20112	28200	34800	33600	37200	37200	36600	48000	39600	47400	41040
G	66000	63000	49200	50400	49800	60000	65400	50400	56400	56400	57600	57000
H	6360	9000	3600	7200	6000	7680	6600	7200	9600	9600	17400	13200
I	3000	4800	1200	1800	2400	4200	3000	3600	3000	2400	4800	2400
J	6600	5880	6000	6000	5400	7200	6000	6000	6600	7440	6000	5400
K	3600	4800	-	2400	1800	2640	2400	2400	2400	2400	2400	2400
合計	177480	172992	124800	165600	153400	180480	181800	164400	189720	174360	196200	183720

單位：個

表四 2010年各透析產品銷售總計表

產品	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
A	1800	1200	-	792	1200	480	1200	1200	2400	-	-	-
B	24000	15960	18960	20400	7920	6960	11520	12840	12720	11400	13800	7200
C	2640	3216	2400	3000	4800	1800	3240	4080	4200	3600	2040	3120
D	16320	2400	-	6720	13680	9960	10800	13200	11400	10200	7440	6000
E	19200	16200	14400	20400	20400	19800	21360	15600	23400	13800	16800	15600
F	49560	32760	45000	57600	63600	43200	57960	49920	36720	23520	10320	25320
G	61800	40200	44640	61200	54240	28800	53280	51600	43800	37200	12000	26040
H	9600	10560	12480	14400	12600	9000	13800	22200	36120	30360	22800	22080
I	3120	4200	3360	4200	3240	5760	4440	3240	6000	4560	5040	1920
J	2760	3120	4800	7800	5400	4200	3480	6240	4320	5040	3120	6000
K	1200	2640	4800	4800	4200	2880	4440	3120	3840	4800	3240	3240
合計	190800	129816	146040	196512	187080	129960	181080	180120	181080	139680	93360	113280

單位：個



表五 2011年各透析產品銷售總計表

產品	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
A	2208	1800	1800	1800	1680	1200	1680	1680	1680	1800	1200	1200
B	22200	5400	12360	6000	6600	5880	10800	6000	5040	6600	4320	7920
C	3840	2400	3000	2640	2760	2760	4320	4920	1920	3120	2400	3120
D	11400	6000	6000	3240	5880	7800	6600	6480	6600	6600	6600	5520
E	22320	10800	15000	12600	18600	16800	16200	13200	17640	17400	19080	18360
F	56400	18600	34800	23400	24000	26880	37200	46800	41400	34200	33000	39000
G	57480	13800	49200	42000	19200	29400	36600	26400	39000	37200	31800	42240
H	49680	8400	19800	16800	23400	21120	22800	22560	23880	22800	21000	25200
I	4920	7920	6360	6120	5400	3960	6960	6120	6840	5640	6240	8400
J	5040	1200	3000	1920	2040	1800	1200	3600	2640	2280	-	-
K	8880	1440	5640	6000	3960	3912	5160	4800	3960	5880	5040	4800
L	56040	22200	46200	36600	43200	47808	54600	34080	39840	46800	37200	69000
合計	298200	98160	201360	157320	155040	168120	202440	174960	188760	188520	166680	223560

單位：個

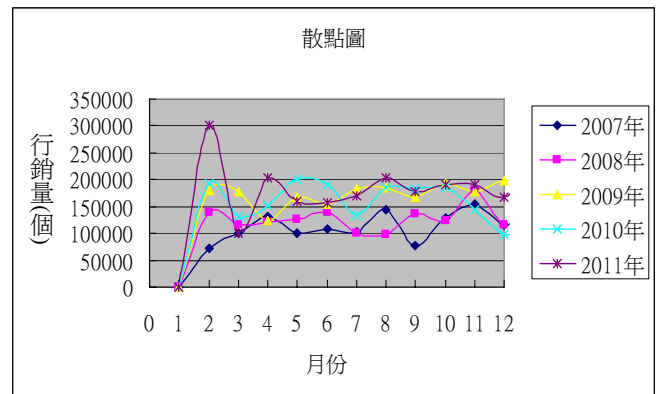
## 二、傳統預測方法

依照表一將各產品依每月銷售量合計加總，如表六；再將其資料繪製成散點圖，以利判讀選用預測方式，見圖二。

表六 2007年至2011年各月份銷售量統計表

月份	2007年	2008年	2009年	2010年	2011年
1月	73080	138240	181080	192000	300408
2月	101280	115326	177792	132456	99960
3月	132528	121800	124800	150840	203160
4月	99540	126936	168000	201312	159120
5月	108960	140160	155200	191280	156720
6月	102840	101400	183120	132840	169320
7月	142920	99000	184200	185520	204120
8月	78000	135360	166800	183240	176640
9月	127920	122760	192120	184920	190440
10月	155472	179520	176760	144480	190320
11月	115560	115680	198600	96600	167880
12月	141024	153960	186120	116520	224760
合計	1379124	1550142	2094592	1912008	2242848

單位：個



圖二 統計資料散點圖

### (一) 移動平均法

依時間序列分佈資料，以四期移動平均法公式計算，其求出結果平均誤差值 12.51%、平均準確度 87.49%，所呈現之準確度分析，在市場呈現趨勢移動情形，其預測值與實際值誤差距離呈現較小；對市場突然之變動即加大預測值及實際值距離，市場反應能力較差無法及時調整，因此對於快速變化之市場不適用性較高。

### (二) 指數平滑法

以指數平滑法公式計算，其求出結果平均誤差值 19.97%、平均準確度 80.03%所呈現之準確度分析，此方法並不會將過去數據捨棄，針對偏離太遠的數字會賦予權重，新開發市場也將受舊市場整體銷售數據影響，然而面對市場的汰舊換新，所造成預測能力表現不佳，把最近一期銷售變化列入計算，以改善此預測能力，提昇預測結果之準確度，一





般對新市場之推估預測恐較不適用。

### 三、灰色理論預測方法

以不同之時間序列作考量，將預測值以產品銷售總數加總，依預測之月份及年份作不同之資料處理，分別月排列六十期計算、同月份不同年份四期及五期計算、年度加總作四期及五期計算。最後以平均誤差值最小及準確度最高者，進而推展依產品別作預測方式，達到預測之目的。

#### (一) 依灰色理論預測以六十期計算

以灰預測作計算，其求出結果平均誤差值 16.11% 平均準確度 83.89% 其計算期數多而未符合灰色理論預測之精神，呈現出準確度也未如移動平均法佳；擬以此例模擬，資料比數愈多時，比較灰色理論預測六十期及移動平均法計算，可選擇使用移動平均法運作計算，其預測準確度及時間成本皆呈現較佳情形。

#### (二) 依灰色理論預測以同月不同年四期及五期計算

依灰色理論預測公式帶入計算，其結果四期平均誤差 25.9%、平均準確度 74.1%；五期平均誤差 21.15%、平均準確度 78.85%，使用不同年同月數列作為新序列，不管是四期或五期所得出之預測結果，皆與實際值落差很大，此方式之新序列並無季節性或趨勢走向，每月發生之市場波動落差每年不盡相同，因此將同月份列為可能產生相同變因，導致結果偏離更大效果不佳。

#### (三) 依灰色理論預測以年度合計四期及五期計算

計算後產生之結果四期平均誤差 10.76%、平均準確度 89.24%；五期平均誤差 12.16%、平均準確度 87.84，將數據合計以年度計算，將可能之變數範圍納入，所得結果偏離差異相對大幅縮小，計算出預測準確度較高，因此後續選擇此預測方式作為產品預測分析。

#### (四) 依灰色理論預測以產品別年度合計四期及五期計算

針對不同產品作年度合計求出預測值，將概括時間內變數，同屬性歸類減少各變數引起之差異，以灰色理論預測計算四期及五期精準度結果，其四期呈現結果更優於五期，期數少收集成本低更能符合灰色理論預測的精神。四期預測模式平均誤差除了 A 產品、H 產品及 J 產品平均誤差大於 10% 外，其它皆是小於 10%。誤差值大的產品，有可能僅供貨少數幾家醫院，合約到期產生之變化，或者例外的重大客訴案件，造成差異之大。

### 四、資料分析結果

依據上述不同預測方式得出結果，移動平均法計算平均誤差值為 12.51%，指數平滑法計算平均誤差值為 19.97%，灰色預測法六十期計算平均誤差值為 16.11%，灰色預測法依每月四期計算平均誤差值為 25.9%，灰色預測法依每月五期計算平均誤差值為 21.15%，灰色預測法依年度合計四期計算平均誤差值為 10.76%，灰色預測法依年度合計五期計算平均誤差值為 12.16%，比較其結果為灰色預測法依年度合計四期及五期誤差值較低，由此推論使用灰色預測法依年度合計銷售數，應用於每產品分別以年度合計預測市場所需為最佳之方式。

灰色預測法年度合計之四期及五期分析，依產品年度合計四期計算平均誤差值為 8.37%，灰色預測法依產品年度合計五期計算平均誤差值為 19.26%，比較年度合計之預測值又以四期誤差值低於五期誤差值，呈現較優。由於愈少期數蒐集資料愈方便，不但節省成本且符合市場即時動態之變遷，後續將依此作為預測方式，增進企業效益降低市場上流通之產品斷料風險。

依產品特性分析，產品 A 及產品 J 皆因特殊狀況，導致預測值與實際值之誤差值過大。其原因為產品 A 在 2008 年底由於品質問題，導致已進入市場之產品全部召回，在補貨不及下替代品啓用導致客群流失；產品 J 由於成本太高，在客戶無法接受替代品下，逐漸退出區域市場，轉占利潤較高之產品市場。

### 肆、結論

在透析產品製造過程中，檢驗結果是需要按流程步驟完成非一蹴可及，因此需考量之流程時間需增加不合格品處理時間，此部份為了降低企業成本，以增加原料安全存量來降低風險。通常醫療中心儲放空間有限，病患所需要是及時，製造廠也尚需多元化之服務，配合客戶達到所需。

從規劃開始做好預測是相當重要的課題，製造廠由購料開始到完成品之存量管控，攸關成本資金積壓之風險；讓病患得到基本服務，就是不能等待供應，雖有替代品卻有可能增加病患不適感，適合之預測方法乃能讓病患對於供應無後顧之憂，在激烈競爭中取得一席之地，讓企業得以永續經營，開創出更優質之產品與服務。

依據本研究分析之結果，歸納如下：

一、灰色理論預測模式 GM(1,1)，以四期資料呈現之誤差值比五期資料低，不需長期歷史資料作計算，配合企業經營方式，短期資料輔助預測計算，較能貼近實際需求，對於市場變化因應具及時。



- 二、所需預測期數愈長，其運用灰色理論預測模式 GM(1,1) 效果並非很顯著，可採用其它預測方法更能降低誤差值。
- 三、本研究資料未考量天災之變數，可依不同時間序列作計算，整合分析資料擇最佳之 GM (1,1) 模式，做為短期預測之方法，可因應實際經營改變作調整序列之計算。
- 研究過程中模型變化方式甚多，可能因某些限制以致未能更完整，下列建議供研究者後續之探討：
- 一、資料計算繁鎖且方式更動機率高，尚需各區業務作整合，若能搭配作業系統作運算分析，有助於提昇效益。
- 二、本研究僅針對銷售數分析作預測，對於可能影響市場之變化因素，可藉由灰色關聯度、權重分析等方式，進一步作探討。

### 參考文獻

- 于宗先 (1972)。經濟預測。台北市：大中國圖書有限公司。
- 方世杰 (1990)。市場預測方法一百種。台北市：書泉出版社。
- 台北榮總血液透析室 (2011, 10月12日)。血液透析。資料引自1月12日, 2012年, <http://homepage.vghtpe.gov.tw/~neph/hdu/index.html>。
- 行政院衛生署中央健康保險局 (2011, 5月20日)。慢性腎衰竭病人門診透析服務品質提升獎勵計畫。資料引自1月2日, 2012年, <http://www.nhi.gov.tw>。
- 吳漢雄、鄧聚龍、溫坤禮 (1996)。灰色分析入門。台北市：高立圖書公司。
- 李順益 (2002)。灰色理論於短期銷售預測之適用性探討。未出版之碩士論文，高雄縣，義守大學資訊工程研究所。
- 翁慶昌、陳嘉熾、賴宏仁 (2001)。灰色系統基本方法及其應用。台北市：高立圖書公司。
- 張炎林、劉紹毅 (2008)。血液透析標準規範。台北市：新文京開發出版股份有限公司。
- 張偉哲、溫坤禮、張政廷 (2000)。灰關聯模型方法與應用。台北市：高立圖書公司。
- 陳彥琴 (2005)。應用灰色理論預測新上市之生技保健食品銷售量。未出版之碩士論文，台南縣，國立成功大學工業與資訊管理學系碩士在職專班。
- 黃錫鴻 (2009)。應用灰色理論預測半導體設備消耗性零件需求量。未出版之碩士論文，桃園縣，國立中央大學工業管理研究所碩士在職專班。
- 溫坤禮、黃宜豐、張偉哲 (2002)。灰預測原理與應用。台北市：全華科技圖書股份有限公司。
- 溫坤禮、趙忠賢、張宏志、陳曉瑩、溫惠筑 (2009)。灰色理論與應用。台北市：五南圖書出版股份有限公司。
- 綠十字健康網 (2011, 3月12日)。透析治療、透析的原理與血液透析機的功能。資料引自12月12日, 2012年, <http://www.greencross.org.tw>。
- 鄧聚龍 (1988)。灰色系統基本方法。武漢市：華中理工大學出版社。
- 鄧聚龍、郭洪 (1996)。灰預測原理及應用。台北市：全華圖書公司。
- 羅偉榮 (2008)。灰預測GM(1,1)模型背景值及殘差修正方法之探討。未出版之碩士論文，台南市，南台科技大學工業管理研究所。
- Aczel, A. D., & Sounderpandian, J. (2010). 商用統計學：入門與應用 (第七版) (吳榮彬)。台北市：美商麥格羅·希爾國際股份有限公司 (原著於1989年出版)。
- Chopra, S., & Meindl, P. (2001). *Supply chain management: Strategy, planning, and operation*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Deng, J. L. (1982). *Essential topics on grey system: Theory and application*. Beijing: Ocean Press.
- Deng, J. L. (1996). *The basic method of grey system*. Beijing: Hwa Chung University of Science & Technology.
- Henri, F. (1916). *Administration industrielle et g'en'erale*. London: Pitman Publishing.
- Huang, J., Wakamatsu, H., & Feng, G. J. (1991). Snowfall predication based on grey system theory, *The Journal of Grey System*, 3, 141-152.
- Jones, G., R. & George, J. M. (2009). 管理學 (第三版) (榮泰生)。台北市：滄海書局 (原著於2001年出版)。
- Kayacan, E., Ulutas, B., & Kaynak, O. (2010). Grey system theory-based models in time series prediction. *Expert Systems with Applications*, 37(2), 1784-1789.
- Lebell, D. & Krasner, O. J. (1977). Selecting environmental forecasting from business planning requirements. *Academy of Management Review*, 2(3), 373-383.
- Lin, Y., Chen, M. Y., & Liu, S. (2004). Theory of grey systems: Capturing uncertainties of grey information. *Kybernetes*, 33(2), 196-218.
- Liu, B., Zhao, L., Zhai, Z. J, Dang, Y. G, & Zhang, R. (2003). Optimum model of GM (1,1) and its suitable range. *Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 35(4), 451-454.
- Liu, S. & Forrest, J. (2007). The current developing status on grey system theory, *Journal of Grey System*, 19(2), 111-123.
- Liu, S., Forrest, J., & Vallee, R. (2009). Emergence and



- development of grey systems theory. *Kybernetes*, 38(7/8), 1246-1256.
- Lu, M., & Wevers, K. (2006). *Grey system theory and applications: A way forward*. Paper presented in the 11<sup>th</sup> Grey Systems Theory and Application Conference, Hsinchu City, Yuanpei University.
- Mohammadi, A., Moradi, L., Talebnejad, A., & Nadaf, A. (2011). The use of grey system theory in predicting the road traffic accident in Fars province in Iran. *Australian Journal of Business and Management Research*, 1(9), 18-23.
- Wiener, N. (1948). *Cybernetics*. Oxford, England: John Wiley.
- Wilson, J. H., & Keating, B. (1990). *Business forecasting*. Homewood, IL: Irwin.
- Xie, N. & Liu, S. (2009). Discrete grey forecasting model and its optimization, *Applied Mathematical Modeling*, 33(1), 1173-1186.
- Yeh, Y. L., Chen, T. C., & Lin, C. N. (2001). Effects of data characteristics for GM (1,1) modeling. *Journal of Grey System*, 13(3), 121-130.



# A Study of Applying Grey Theory to Predict Dialysis Products

Yu-Ling Yeh<sup>1</sup>, Chin-Yao Low<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Industrial Management, Nan Kai University of Technology

<sup>2</sup>Department of Industrial Management, National Yunlin University of Science and Technology

## Abstract

Due to the variation of socio-demographic structure toward to aging, resulted in the chronic or acute diseases need a large amount of dialysis medical services. These dialysis medical practices needed stability and continuity, they would not be effected no matter the business circumstance was in inflation or recession. However, the shortages of market would bring about the opportunity to the opponent to any available customer. This study was focused on the dialysis product by applying the grey theory as the forecasting method. Comparing the result from the model GM(1,1) of grey theory with the traditional forecasting methods, in order to increase the standard of services and decrease an overflow of inventory. The forecasting accuracy of this study showed that using the model GM(1,1) of grey theory with 4<sup>th</sup> term period had less error than 5th term period. In the meantime, the results of this study showed that short term period data would provide more accuracy and practical forecasting information than what we were used before. We could conclude that the forecasting method which we used in this study for the dialysis products especially for the medical services improving and long-term competitive in advantage.

**Keyword:** dialysis products, forecasting methods, grey theory

