

## 應用於空對空飛彈之改良加強型比例導引律 A Modified Augmented Proportional Navigation Guidance Law for Air-to-Air Missiles

陳積德 全中興 吳剛鳳 許主霖

Chi-Teh Chen, Chung-Hsing Chyuan

Kang-Feng Wu, Chu-Lin Hsu

黎明技術學院 數位多媒體系

Department of Digital Multimedia Technology, Lee-Ming Institute of Technology

### 摘 要

本文提出的改良加強比例導引律( Modified Augmented Proportional Guidance Law, MAPN)，將垂直於視線方向的加速度分量，加入目標及飛彈本身的速度變化量，使飛彈在攔截高速/高側向閃避目標時，能具有較廣的發射空域範圍。另外，MAPN 演算式顯示其實踐時所需之參數，均可經由飛彈上的感測器獲得。文內並以數值模擬方式，比較 MAPN 與 APN 二種導引律在誤失距離、攔截時間及側向加速需求之性能。

**關鍵詞：**改良型加強預測導引律、加強比例導引律、比例導引律、發射空域範圍

### Abstract

This work presents a Modified Augmented Navigation Guidance Law (MAPN) for widening the missile's firing envelope during engaging a target with high speed and high maneuver. The MAPN law is achieved by adding the speed variations about the missile and target on the acceleration components perpendicular to the line-of-sight. And, its algorithm shows that all parameters to be implemented can be measured by on-board sensors. Numerical simulations are given to compare the performance of MAPN and APN in terms of miss distance, interception time and required lateral acceleration.

**Key Words:** Modified Augmented Proportional Guidance Law, Augmented Proportional Guidance Law, Proportional Navigation, firing envelope.



## 1. 前言

飛彈的導控系統(Guidance & control system)是設計飛彈時的焦點，需能有效整合目標估測(estimation)、導引律及飛控系統設計[1]；其中的導引律(guidance law)是導控系統中的核心演算法(algorithm)，其功能是將尋標器(seeker)所感測的目標運動信息，轉換成飛彈導引命令，驅使飛控系統穩定地控制飛彈的攔截航向，直到成功攔截目標為止。因此導引律的設計，直接影響飛彈的可發射空域(firing envelope)及最終性能—誤失距離(miss distance)[2]。

經典的比例導引律(Proportional Navigation, PN)[3]，利用目標與飛彈之視線轉率(Line-of-Sight rate, LOSR)及相對速度產生導引命令，具有實現容易及牢靠性(robust properties)強的優點，對於等速直線運動目標攔截性能佳，是使用最廣泛的導引律；但在攔截高側向加速閃避的空中目標時，則由於 LOSR 信息在攔截初期並不足以反映目標的側向加速狀態，因此航向修正緩慢，易造成攔截末期側向加速需求急速增至飽和，而導致高誤失距離。

為了改善 PN 導引律的缺點，近 40 多年來應用近代控制、最佳化理論與估測等理論，已發展出許多先進的導引律(advanced guidance law) [5-7]，其性能均顯著地優於傳統的 PN；但是共同特徵之一是需要目標的運動狀態(如：加速度、速度與航向等)及擊靶時間(time-to-go)信息來合成(synthesis)導引命令。此二種信息均無法直接量測，必需使用估測方式獲得，然而不可避免的估測誤差，會大幅降低這些先進導引律的性能[8]，使得牢靠性相對地降低，而鮮少獲得實際應用。

加強比例導引律(Augmented Proportional Guidance Law, APN) [9-10]，在 PN 的設計基礎上，應用零控誤失(zero

effort miss)觀念，在 PN 導引命令中僅加入目標側向加速度信息，即能有效反應目標側向閃避狀態，提早修正攔截航向，使其具有低側向加速需求及低誤失距離性能。但 APN 在目標及飛彈的速度方向與視線方向有顯著差異時，目標的側向加速度信息，將不足以反應目標側向閃避狀態，易導致攔截末期側向加速需大而產生高誤失距離；因此接戰時發射空域範圍(firing envelope)小，目標成功逃逸機率高。

本文提出改良型加強預測導引律(Modified Augmented Proportional Guidance Law, MAPN)，考量目標及飛彈的速度方向與視線方向有顯著差異，在垂直於視線方向的加速度上，加入目標縱向加速狀態及飛彈本身的速度變化量，使其能具有較廣的發射空域範圍，有效攔截高速/高側向閃避之空中目標。文中章節安排為：首先在第 2 節回顧 PN 及 APN 導引率；在第 3 節提出 MAPN 導引律設計；在第 4 節以數值模擬方式，比較 MAPN 及以 APN 在誤失距離、攔截時間及側向加速度需求等性能；最後在第 5 節提出結論。

## 2. PN 及 APN 導引律回顧

飛彈--目標間 2 維度之攔截幾何關係與座標系統如圖 1 所示。經典的 PN 導引命令  $n_{PN}$ ，如(1)式：

$$n_{PN} = N v_c \dot{\phi} \quad (1)$$

其中： $N$  為導航增益， $v_c$  為飛彈與目標間相對速度， $\dot{\phi}$  為目標與飛彈視線轉率。當目標保持既有的航向運動時，而飛彈不採取任何航向修正動作，所造成的誤失距離稱為零控誤失 (Zero-effort miss, ZEM)；將 ZEM 在垂直於視線方向的分量表示為  $ZEM_{PLOS}$ ，則(1)式可寫成[9]：

$$n_{PN} = N \frac{ZEM_{PLOS}}{t_{go}^2} \quad (2)$$



當視線方向角  $\phi$  接近零時，可表示成

$$\phi = \frac{y}{r} \quad (3)$$

由(2)式及將(3)式對時間微分，可得：

$$\dot{\phi} = \frac{y + \dot{y}t_{go}}{v_c t_{go}^2} = \frac{ZEM_{PLOS}}{v_c t_{go}^2} \quad (4)$$

其中： $r$  為飛彈與目標距離、 $t_{go}$  為擊靶時間(time-to-go)。

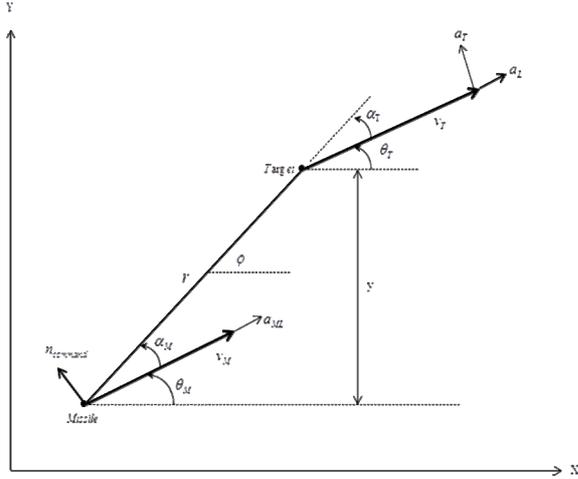


圖 1. 飛彈--目標間之攔截幾何關係圖

當考量目標具有側向加速度  $a_T$  時， $ZEM_{PLOS}$  必需再加入目標側向加速度的影響因素，成為

$$ZEM_{PLOS} = y + \dot{y}t_{go} + \frac{1}{2}a_T t_{go}^2 \quad (5)$$

將(5)式代入(2)式，即可得到加強比例導引律(Augmented Proportional Guidance Law, APN)的導引命令  $n_{APN}$ ：

$$n_{APN} = Nv_c \dot{\phi} + \frac{N}{2}a_T \quad (6)$$

其與(2)式 PN 導引律比較，增加目標側向加速補償量  $\frac{N}{2}a_T$ ，因此理論上  $n_{APN}$  可立即反應目標側向加速狀態，提早修正攔截航向，改善 PN 的缺點。

### 3. MAPN 導引律設計

當目標及飛彈的速度方向與視線方向有顯著差異（即： $\alpha_M$  與  $\alpha_T$  不接近零時），及考量目標具有縱向加/減速度  $a_L$  及飛彈

本身的速度變化  $a_{ML}$  時，則垂直於視線方向的加速度分量  $a_{PLOS}$  必需修正為：

$$a_{PLOS} = a_T \cos \alpha_T - a_L \sin \alpha_T + a_{ML} \sin \alpha_M \quad (7)$$

將(7)式取代(6)式中的  $a_T$ ，則 APN 導引律可進一步修正成為 MAPN 導引律，其導引命令  $n_{MAPN}$  可表示為：

$$n_{MAPN} = Nv_c \dot{\phi} + \frac{N}{2}(a_T \cos \alpha_T - a_L \sin \alpha_T + a_{ML} \sin \alpha_M) \quad (8)$$

直接應用(8)式，需估測目標加速狀態、航向及量測飛彈速度變化和航向等信息，如此將會增加 MAPN 實踐複雜性及降低牢靠性，需進一步簡化。

由圖 1 知飛彈與目標間相對距離變化  $\dot{r}$  及視線角變化  $\dot{\phi}$  可分別表示為(9)及(10)式：

$$\begin{aligned} \dot{r} &= -v_c \\ &= v_T \cos \alpha_T - v_M \cos \alpha_M \end{aligned} \quad (9)$$

$$r\dot{\phi} = -v_T \sin \alpha_T + v_M \sin \alpha_M \quad (10)$$

將(10)式對時間微分，得到

$$\begin{aligned} \dot{r}\dot{\phi} + r\ddot{\phi} &= -a_T \sin \alpha_T - v_T \dot{\alpha}_T \cos \alpha_T + a_{ML} \sin \alpha_M + v_M \dot{\alpha}_M \cos \alpha_M \end{aligned} \quad (11)$$

其中目標的縱向速度變化  $\dot{v}_T$  及飛彈本身的速度變化  $\dot{v}_M$  表示為：

$$\dot{v}_T = a_L \quad (12)$$

$$\dot{v}_M = a_{ML} \quad (13)$$

另將(9)式等號兩邊乘以  $\dot{\phi}$ ，得到

$$r\dot{\phi}^2 = v_T \dot{\phi} \cos \alpha_T - v_M \dot{\phi} \cos \alpha_M \quad (14)$$

而視線轉率可分別表示為：

$$\dot{\phi} = \dot{\theta}_M + \dot{\alpha}_M \quad (15)$$

$$\dot{\phi} = \dot{\theta}_T + \dot{\alpha}_T \quad (16)$$

其中

$$\dot{\theta}_T = \frac{a_T}{v_T} \quad (17)$$

將(15)~(17)代入(14)式，可得：

$$r\dot{\phi}^2 = v_T \left( \frac{a_T}{v_T} + \dot{\alpha}_T \right) \cos \alpha_T - v_M \dot{\theta}_M \cos \alpha_M - v_M \dot{\alpha}_M \cos \alpha_M \quad (18)$$



再將(11)及(18)式合併簡化後，則(7)式垂直於視線方向的加速度分量  $a_{PLOS}$ ，可表示為：

$$a_{PLOS} = a_T \cos \alpha_T - a_L \sin \alpha_T + a_{ML} \sin \alpha_M \\ = r\ddot{\phi} + 2r\dot{\phi} + v_M \dot{\theta}_M \cos \alpha_M \quad (19)$$

將(19)式代入(8)式簡化，則 MAPN 導引律可表示為：

$$n_{MAPN} = Nv_c \dot{\phi} + \frac{N}{2}(r\ddot{\phi} + 2r\dot{\phi} + v_M \dot{\theta}_M \cos \alpha_M) \\ = \frac{N}{2}(r\ddot{\phi} + v_M \dot{\theta}_M \cos \alpha_M) \quad (20)$$

其中  $\ddot{\phi}$ 、 $r$ 、 $v_M$ 、 $\alpha_M$  及  $\dot{\theta}_M$  等信息，均可經由飛彈上的感測裝置獲得。

## 4. 數值模擬

### 4.1 假設條件：

- (1) 飛彈動態遲滯為零；初速彈為 2 馬赫 (660m/sec)，在攔截過程彈速有 0.5G 的減速度；飛彈側向加速度極限為  $\pm 30G$ ，且速度方向與彈軸平行。
- (2) MAPN 與 APN 二種導引律之導航常數  $N$  均使用最佳值 3.0；且實踐導引命令有關之目標與飛彈運動參數，如： $a_T$ 、 $\dot{\phi}$ 、 $\ddot{\phi}$ 、 $r$ 、 $v_c$ 、 $v_M$ 、 $\alpha_M$  及  $\dot{\theta}_M$  為理想值不含雜訊。

### 4.2 模擬場景：

飛彈攔截目標之場景座標系統如圖 1 所示，在模擬的三個場景中飛彈起始位置均為(0,0)，初始航均為由北(Y 軸向)向東(X 軸向)偏 60 度。

**場景 1：**目標的起始位置為(5000,4000)，初始航向由北向西偏 90 度；目標初速 1.5 馬赫(495m/sec)，並以 4G 縱向加速直線飛行。

**場景 2：**目標的起始位置為(5000,0)，初始航向由北向西偏 60 度；目標初速 1.5 馬赫(495m/sec)，向右作 9 個

G 值側向閃避，閃避過程有 -0.5G 縱向減速度。

**場景 3：**目標的起始位置為(5000,0)，初始航向由北向西偏 60 度；目標初速 1.5 馬赫(495m/sec)，向做左作 9 個 G 值側向閃避，閃避過程有 -0.5G 縱向減速度。

## 4.3 模擬結果與討論

表 1. 為 MAPN 與 APN 導引律，相對應不同攔截場景之誤失距離、攔截時間與飛彈攔截目標所需側向加速度平均值。

表 1. 模擬結果

場景	性能指標	MAPN	APN
1	誤失距離(m)	0.10	20.90
	攔截時間(sec)	6.90	7.42
	平均側向加速度(G)	2.08	3.03
2	誤失距離(m)	0.00	0.60
	攔截時間(sec)	7.78	8.59
	平均側向加速度(G)	0.50	1.09
3	誤失距離(m)	0.50	113.70
	攔截時間(sec)	4.59	4.90
	平均側向加速度(G)	1.50	3.15

在圖 2、圖 4 與圖 6 中顯示 MAPN 與 APN 導引律，在不同攔截場景中目標與飛彈之航跡；在圖 3、圖 5 與圖 7 中為飛彈攔截過程中所需之側向加速度歷程。

由圖 2~圖 7 得知，APN 導引律在飛彈尾追側向閃避目標場景時，性能如理論預期；但在目標高速直線加速運動或朝向飛彈側向閃避的場景時，則呈現初期航向修正緩慢，攔截末期側向加速需求急速增至飽和而導致高誤失距離。在三個相同模擬場景中，反觀 MAPN 導引律在攔截初期，即快速地反應目標高速/高側向閃避狀態修正飛彈航向，顯示其比 APN 有較廣的發射空域範圍，且在攔截過程中所需的側



向加速度呈遞減特性，因此還具有攔截時間短線，側向加速需求小的特性。

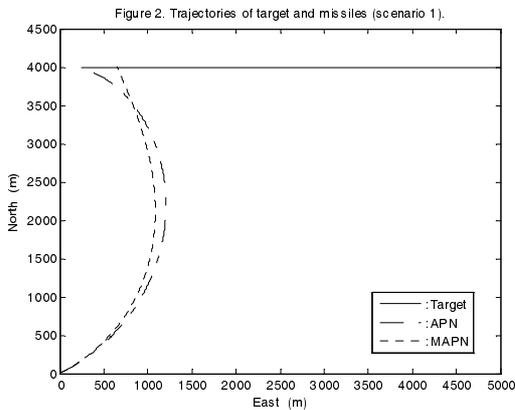


圖 2. MAPN 與 APN 導引律攔截目標之航跡圖 (場景 1)

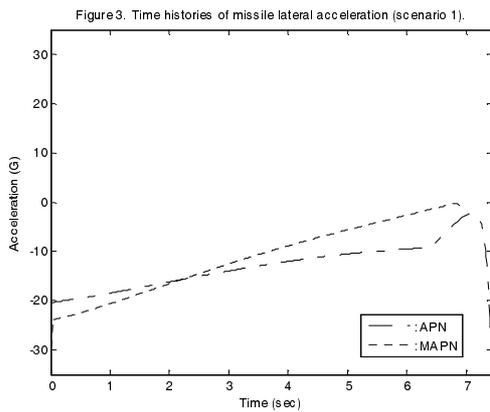


圖 3. MAPN 與 APN 導引律攔截目標之側向加速需求 (場景 1)

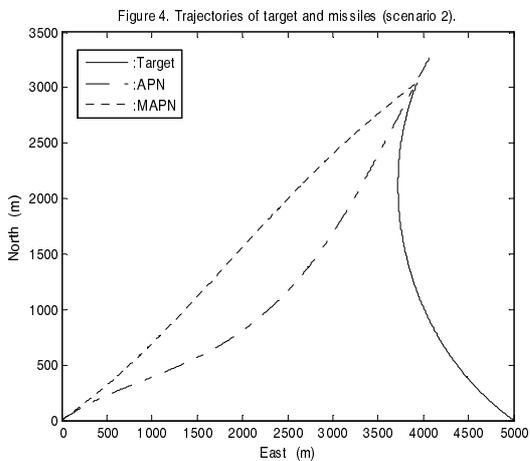


圖 4. MAPN 與 APN 導引律攔截目標之航跡圖 (場景 2)

Figure 5. Time histories of missile lateral acceleration (scenario 2).

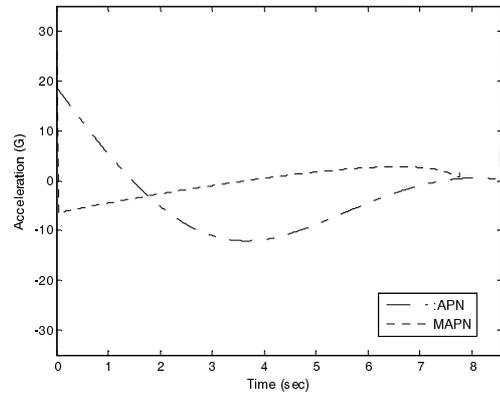


圖 5. MAPN 與 APN 導引律攔截目標之側向加速需求 (場景 2)

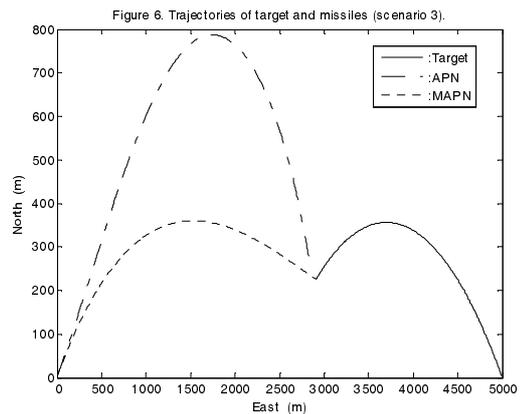


圖 6. MAPN 與 APN 導引律攔截目標之航跡圖 (場景 3)

Figure 7. Time histories of missile lateral acceleration (scenario 3).

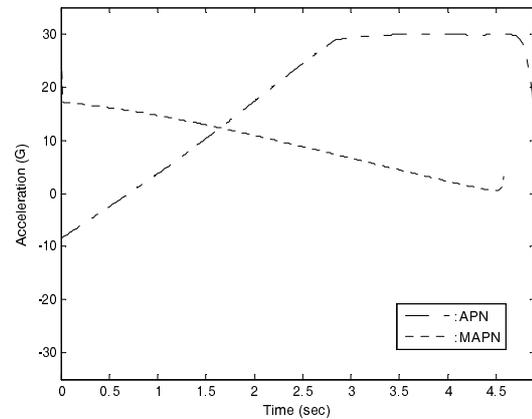


圖 7. MAPN 與 APN 導引律攔截目標之側向加速需求 (場景 3)



## 5. 結論

本文所提出的 MAPN 導引律，在攔截高速/高側向閃避空中目標時，能提早因應目標狀態快速修正飛彈攔截航向，且攔截所需的側向加速度具有遞減特性；另外合成導引命令所需參數，均可由飛彈上的感測器獲得，顯示其易於實踐。數值模擬顯示其在誤失距離、攔截時間及側向加速需求等性能均優於 APN 導引律。

## 參考文獻

1. S. Vathsal and A. K. Sarkar, "Current Trends in Tactical Missile Guidance", *Defence Science Journal*, Vol. 55, No. 2, July, 2005, P265-280.
2. Yuri B. Shtessel. *et al.*, "Guidance and Control Missile Interceptor using Second-Order Sliding Modes", *IEEE Trans.on Aerospace and Electronic Systems.*, Vol. 45, No. Jan. 2009.1
3. Neil F. Palumbo, *et al.*, "Basic Principles of Homing Guidance", *HOHN HOPKINS APL TECHNICAL DIGEST*, VOL. 29 No.1, 2010.
4. Lin Ching Fang, *Modern Navigation, Guidance, and Control Processing*, Prentice Hall,1991.
5. Tsao, Lu-Ping, *et al.*, "Aiming Point Guidance Law for Air-to-Air missiles", *International Journal of System Science*.29,95-102,1998.
6. Chi-Teh Chen, Cheng-Yu Liu and Chung- Hsing Chyuan, "The Optimal Solution of Straight Interception Guidance Law", *Journal of Lee-Ming Institute of Technology*, Vol. 19 No.1, Arp 2007.
7. Chi-Teh Chen, *et al.*, "A study on the Optimal Straight Interception Guidance Law Implemented by Estimated Parameters", *Journal of Lee-Ming Institute of Technology*, Vol. 22, No.1, Jan.2011.
8. F. William Nesline and Paul Zarchan, "A New Look at Classical vs Modern Homing Missile Guidance", *J. Guidance and Control*, Vol. 4, Jan-Feb., 1981.
9. Paul Zarchan, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, 2<sup>nd</sup> Edition, Vol. 157, *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 1994.
10. Zarchan Paul, *Tactical and Strategic Missile Guidance*, *AIAA Progress in Aeronautics and Astronautics*, Vol. 199, 2002.

