

通用於三維切削之切削力模式研究 The Study of Three Dimensional Cutting Forces of a Generalized Cutting Model

蔡忠良 王恩海

Chung-Liang Tsai, En-Hai Wang

黎明技術學院機械工程學系

Department of Mechanical Engineering, Lee-Ming Institute of Technology

摘 要

本文由球型銑刀之三維切削立體模式為基礎，建立球型銑刀之三維切削力矩陣公式，藉由球型銑刀之圓弧刀刃幾何外型之轉變簡化為平刃端銑刀之三維切削立體模式，並建構三維切削力矩陣公式。再利用螺旋刀刃轉變為平面刀刃之切削幾何模式的改變，可以將球型銑刀之切削模式轉換且簡化為圓鼻車刀之切削模式，同時，平刃端銑刀之切削模式也可轉換為無圓鼻銳角刀具之切削模式，因此，本計畫所建立之各種刀具之切削模式是相通的。將球型銑刀、平刃端銑刀、圓鼻車刀及無圓鼻銳角刀具之三維切削力模式，運用切削力矩陣公式之整合，建立一個適用於球型銑刀、平刃端銑刀、圓鼻車刀及無圓鼻銳角刀具之泛用三維切削力矩陣公式。

關鍵詞：三維切削力

Abstract

Basing on three-dimensional model, this paper constructs the matrix formulas of cutting forces in ball end cutting model. By the implication of curl cutting edge on ball end mills to plane cutting edge, the three dimension cutting matrix formulas are proposed. In the addition, Using the transformation of screw cutting edge into the plane one, the cutting model of ball end cutter can be formed to round-nose lathe tool. Thus, the propose of this research is to construct a generalized model suit for ball end cutter, end milling cutter, nose lathe cutter and single point cutter.

Key Words: three-dimensional cutting force



1. 前言

在一般傳統切削加工之中，為了因應不同之加工需求而有不同的切削刀具。例如，車削是以單鋒刀具固定方向進給切除旋轉工件上之材料，適用於圓形工件的表面加工；銑削則是以單刃或多刃之單鋒刀具利用刀具 360 度循環旋轉切除固定方向進給之工件材料，其中平刃端銑刀適用於平面精切削、銑削角及槽加工，而球型銑刀適用於三維複雜曲面(surface)加工。然而，在所有傳統切削加工中，切削行為分成兩大類別，第一種為刀具固定、工件 360 度旋轉之型式、第二種為刀具 360 度旋轉、工件固定之型式。由於兩種切削方式刀具幾何形狀之不同(第一種為單刃平面刀具、第二種為單刃至多刃螺旋曲面刀具)，上述兩種切削行為無論在切削模式之建立或切削力之預測上，均有不同之表示方式及數學模式。

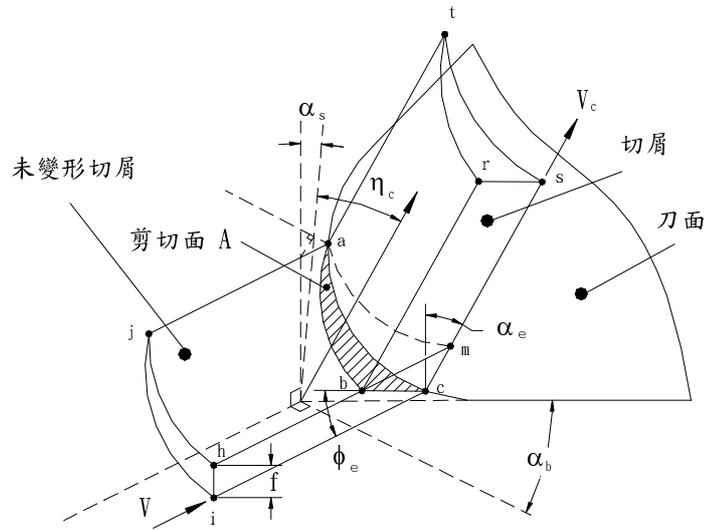
而且，從古至今雖有各國學者針對各種不同切削刀具，不斷提出各式各樣的切削模式及切削力預測公式，卻由於所採用之切削模式(正交切削或斜交切削)、切削參數及所發展之經驗切削公式有相當大的差異，所以造成每一種切削刀具均有各種不同基準所發展出之各種切削模式，也就形成了每一種切削力公式所採用之參數條件完全不同。例如，Usui [1] 等人於 1978 年提出單鋒刀具之三維切削模式，首度提出以刀具幾何概念預測三維切削力。在 2001 年，Engin 及 Altintas [2] 利用整合每一切削刃而提出一通用於螺旋刀刃之數學模式。又 Fontaine [3] 等人於 2006 年將刀刃分成一系列軸向元件，以成為可預測

切削力之切削力模式。另外，Takashi Matsumura 及 Eiji Usui [4] 等學者再於 2010 年提出正交切削切屑流動及速度模式，用來預測球型銑削及端銑削之切削力。上述各種切削力預測模式，僅能單一預測螺旋刀刃(如球銑刀或端銑刀)或平面刀刃(如車刀)，由於各種切削刀具之幾何形狀不同，很難有一種切削模式可推導出一個適用於螺旋刀刃及平面刀刃之泛用切削力預測模式。

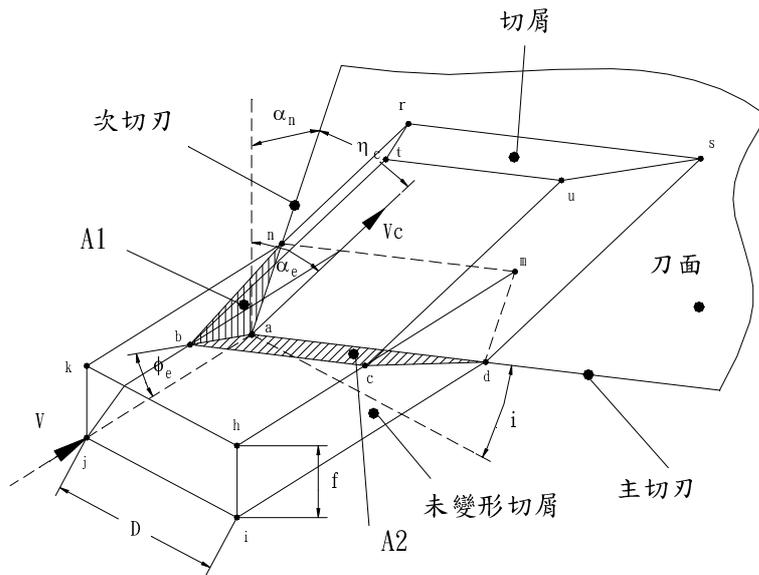
2. 平面刀刃之幾何切削模式

為了使切削力之預測具有一定之標準且無需獲得每一種切削力公式特殊切削參數，必須建立一個統一的切削參數、切削模式及切削力預測公式，使其適用於各種切削刀具。蔡[5]於 2005 年提出平面刀刃之幾何切削模式之研究，針對平面刀刃(如車刀)以刀具幾何分析建立一三維切削幾何模型如圖一所示為圓鼻車刀在切削進給 f 下，未變形切屑(橫截面“hij”區域)受圓弧刀刃(弧線“ac”部份)切削形成圓弧切屑(橫截面“rst”區域)流動之立體幾何關係模型。在此切削狀況下，切屑以切速 V 朝向圓弧刀刃，受刀刃切削壓擠後以 V_c 速度沿著刀面夾 η_c 角度流出，同時形成一由小漸漸變大之弧形剪切區域“abc”及刀面摩擦區域“amc”，由圖中可明確定義出有效剪切角 ϕ_c 及有效斜角 α_c ，而車刀之刀具後斜角 α_b 及刀具側斜角 α_s 也可從三維立體軸定義之。其中，圓鼻車刀之刀具後斜角 α_b 及刀具側斜角 α_s 相當於銑刀所定義之軸向斜角 α_a 及徑向斜角 α_r 。





圖一 圓鼻車刀在切削進給 f 下之切屑流動立體幾何關係模型



圖二 無刀鼻銳角刀具在切削進給 f 下之切屑流動立體幾何關係模型

另外，如圖二所示為無刀鼻銳角刀具在切削進給 f 下，未變形切屑(橫截面“hijk”區域)受主刀刃(直線“ad”部份)及次切刃(直線“an”部份)切削形成四邊形切屑(橫截面“rsut”區域)流動之立體幾何關係模型。在此切削狀況下，切屑以切速 V 朝向刀刃，受刀刃切削壓擠後以 V_c 速度沿

著刀面夾 η_c 角度流出，在主刀刃部份形成四邊形剪切面(“abcd”區域)，次切刃部份則形成三角形剪切面(“abn”區域)。其中，有效剪切角 ϕ_e 及有效斜角 α_e 均可明確定義之，而無刀鼻銳角刀具之刀具傾角 i 及刀具法向斜角 α_n 相當於平刃端銑刀所定義之軸向斜角 α_a 及徑向斜角 α_r 。



3. 端銑刀之幾何切削模式

於 2007 年 Tsai[6]又提出以刀具幾何模式預測端銑刀三維切削力之方式，如圖三 A、B 所示為平刃端銑刀水平(周邊銑削)方向切削之切屑流動立體幾何關係圖，在圖三 A、B 中雖然進給值 f 很小，但為清楚表示進給量、切深及切屑流動之關係，圖中 f 之尺寸比例採誇大表示。由圖中可知，平刃端銑刀切刃在切深 D 下，以 f 之進給率沿水平方向切削，**bcde** 為螺旋切削刀面，其上之 **bn** 段為主切刃、**bc** 段為次切刃，未變形切屑部分之橫截面為 **hijk**。受主切刃與次切刃切削作用形成一與刀面水平軸成 η_c 角度流出刀面之切屑，其橫截面為 **rstu**，同時，未變形切屑受切刃切削擠壓於刀面上摩擦，形成一摩擦區域 **bcmn**。未變形切屑受主切刃切削擠壓形成四邊形剪切面 A1，即圖中 **abnp** 橫截面區域，而受次切刃切削擠壓形成三角形剪切面 A2，即圖中 **abc** 橫截面區域。由圖三 B 中可明顯看出在切削速度 V 下，切屑受擠壓、剪切變形以 V_c 速度、 η_c 角度流動之情形，因此可以定義出有效剪切角 ϕ_e 、有效斜角 α_e 、軸向斜角 α_a 及徑向斜角 α_r 。

4. 球銑刀之幾何切削模式

利用上述幾何分析，Tsai and Liao[7]又於 2008 年將球銑削之球刀切刃、工件及切屑流動三者之真實立體切削關係以三維模式配合刀具幾何角度、刀具切削角度建立一新的三維切削立體模型。首次將球型銑刀之複雜切削行為以切削幾何角度及切削加工條件，利用三度空間模式真實完整的表現於立體圖中，突破了一般研究者必須將切刃分成無數小正交單元才能進行分

析之傳統觀念。故從本研究之立體圖中可明確了解球銑刀在切削瞬間，刀具、切屑及工件材料變形區域之相對關係隨切削幾何角度變化之真實情形。同時 Tsai and Liao[8]於 2010 提出球銑刀斜向角度進給之刀具幾何模型，將刀具切削模式應用擴展至各種角度及方向。

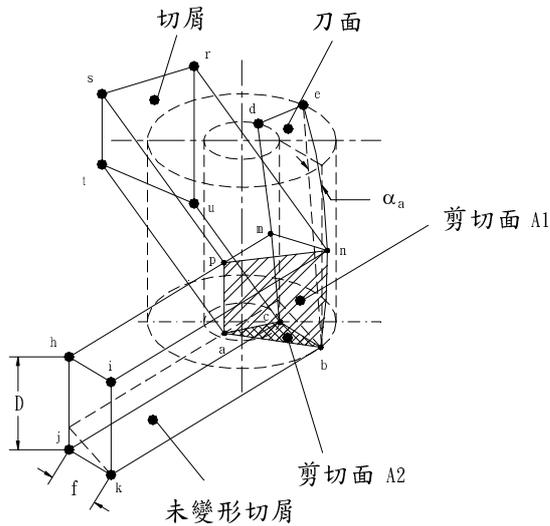
如圖四所示，在本球銑刀切削模式下，前一刀刃以切削進給量 f 前進至下一刀刃，亦即 **ai** 弧線前進至 **ah** 弧線，當 **ab** 弧線之主切刃以切削速度 V 切削材料瞬間，未變形材料受切刃剪切擠壓，未變形材料與切屑之間形成一轉折面，形成 **a** 點漸漸增大至 **bc** 寬之剪切面，在與刀面垂直之切削速度平面 **kbl** 上，此剪切面與切削速度 V 之方向相隔 ϕ_e 角度，因此將此角度定義為有效剪切角。而未變形材料在剪切面受剪切變形後，形成 **a** 點漸漸增大至 **rs** 寬之切屑，在刀面 **tbu** 平面上，切屑以 V_c 速度、 η_c 角度流出刀面，此 η_c 角度定義為切屑流動角。另外，在包含切削速度 V 與切屑速度 V_c 之平面 **wbl** 上，垂直切削速度 V 之法線(**bk** 方向)方向與切屑速度 V_c 方向 (**bw** 方向)之夾角則定義為有效斜角 α_e 。由於加工進給量僅接觸球型刀刃外圍弧形區域，切屑向上移動排屑時並未與退屑槽壁產生干涉，剪切面也因此未受擠壓，形成單純之圓弧刀刃加工現象。

綜上所述，如同圖四所示之球型銑刀立體幾何切削模式，圖三 A、B 所示之平刃端銑刀切削加工亦是一種三度空間之複雜切削行為，刀刃為螺旋刀刃及直線刀刃之組合。因此一般研究者都是將切刃視為一小段正交切削或斜交切削之切削模式，再配合簡化之切削力學公式以獲得二維或三維切削力，完全無法真正了解平刃端銑

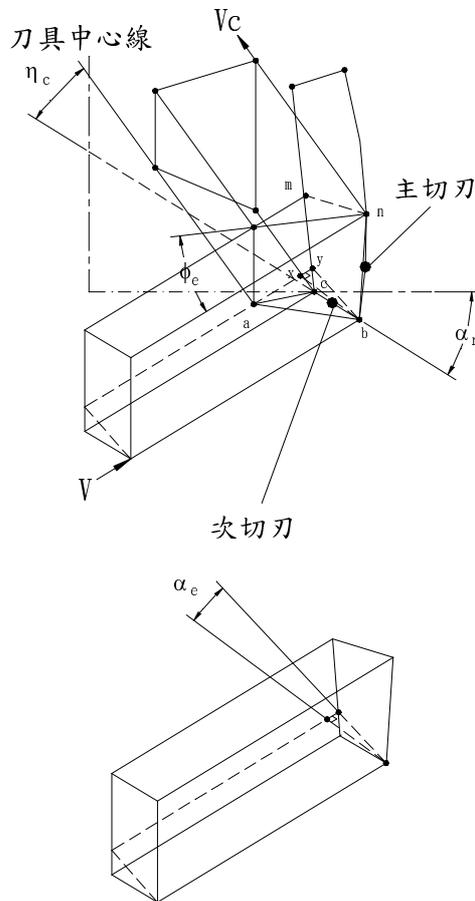


刀在切削時之刀刃空間變化、切屑流動情形及幾何外形切削參數對螺旋切刃之影響。因此，唯有建立一新的三維切削立體

模型，才能將平面端銑削之切刃、工件及切屑流動三者之真實立體切削關係描述出來。

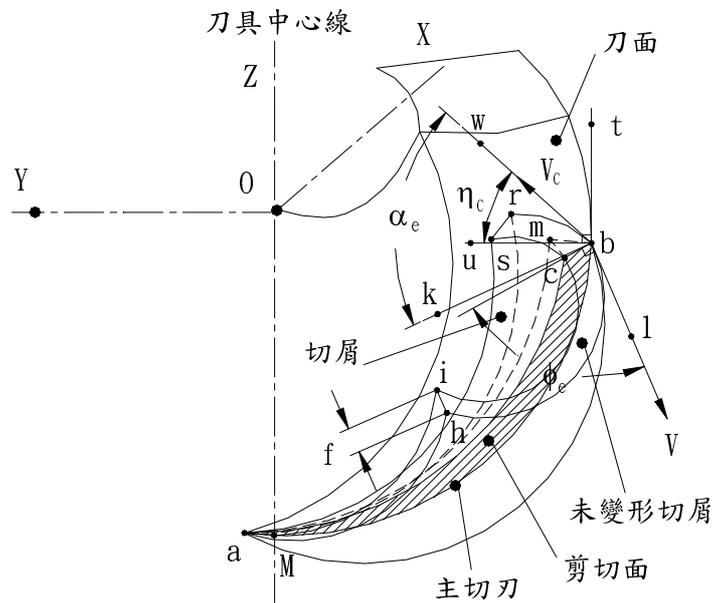


圖三 A 平刃端銑刀水平方向切削之切屑流動幾何關係圖(一)



圖三 B 平刃端銑刀水平方向切削之切屑流動幾何關係圖(二)





圖四 切屑流動立體幾何關係側視圖

圖三 A、B 與圖四所建立之球型銑刀及平刃端銑刀模式為螺旋刀刃且刀具旋轉之切削模式，利用上述兩種三維立體切削模式，刪除螺旋刀具切削時之影響因素，可簡化為刀具不旋轉、刀面平直不扭轉且直線進給之平面刀刃之切削模式(在文中將平面刀刃之刀具定義為圓鼻車刀及無刀鼻之拉刀、刨刀、車刀等銳角刀具)。由於球型銑刀為圓弧外型切刃，因此可轉換為圓鼻車刀之轉換模式;而平刃端銑刀底部為直線刀刃，所以可容易地變更為拉刀、刨刀及無刀鼻車刀等無刀鼻銳角刀具。

由圖四球型銑刀切削模式中得知，球型銑刀切刃為具有半徑 R 之圓弧刀刃，刀面從圓球中心點以螺旋方式向球形外圍延伸至圓筒狀刀柄柄身，刀具以旋轉方式切削工件。因此，影響球型銑刀外型幾何有三種基本因素：半徑 R 之圓弧刀刃、螺旋刀面及刀具旋轉。而圓鼻車刀為具有半徑

R 之圓弧刀刃，刀面平直不扭轉，刀具固定不旋轉。比較兩種刀具發現，球型銑刀與圓鼻車刀均為半徑 R 之圓弧刀刃，若將球型銑刀螺旋刀面及刀具旋轉兩種因素刪除，亦即將螺旋角設為零以及令刀具瞬時旋轉角度為零，就可將球型銑刀切削模式轉換為 Usui 等在 1978 年所提出之圓鼻車刀切削模式。

本文由球型銑刀之三維切削立體模式為基礎建立球型銑刀之三維切削力矩陣公式，藉由球型銑刀之圓弧刀刃幾何外型之轉變簡化為平刃端銑刀之三維切削立體模式並建構三維切削力矩陣公式。再利用螺旋刀刃轉變為平面刀刃之切削幾何模式的改變，可以將球型銑刀之切削模式轉換且簡化為圓鼻車刀之切削模式，同時，平刃端銑刀之切削模式也可轉換為無圓鼻銳角刀具之切削模式，因此，本文所建立之各種刀具之切削模式是相通的，本研究之目



的將整合球型銑刀、平刃端銑刀、圓鼻車刀及無圓鼻銳角刀具之三維切削力公式，運用切削力矩陣公式之整合，建立一個適用於球型銑刀、平刃端銑刀、圓鼻車刀及無圓鼻銳角刀具之泛用三維切削力矩陣公式。

5. 通用三維切削力矩陣

一個泛用化三維切削力矩陣公式〔F〕可定義如下：

$$[F] = [T_{HB}] [T_{\Omega(X)}] [T_{\delta}] [T_{\theta}] [T_{\varepsilon}] [T_{Cs}] [f]$$

其中

〔T_{HB}〕為刀尖壓痕、犁入力矩陣

〔T_{Ω(X)}〕為瞬時旋轉角度Ω之座標轉換矩陣

〔T_δ〕為刀刃螺旋角δ之座標系統轉換矩陣

〔T_θ〕為刀刃進給斜角θ之座標轉換矩陣

〔T_ε〕為刀面圓弧外型對切深不同之座標轉換矩陣

〔T_{Cs}〕為側刃角Cs之座標轉換矩陣

〔f〕為原始切削點座標系統之三維切削力座標轉換矩陣

6. 結論

本研究將影響刀具切削行為之進給量、切削深度、中心超越角、刀刃螺旋角度、瞬時刀具旋轉角度、進給方向角度、刀刃數及壓痕效應等因素納入三維切削力公式中，轉換為真實直角座標系統之三維切削力矩陣公式。由於各刀具之切削模式具有共通性，因此，本研究首先建立球

型銑刀切削模式，並將球型銑刀切削模式簡化為平刃端銑刀切削模式，再簡化為圓鼻車刀及無刀鼻銳角刀具之切削模式，而且單刃模式可合成為雙刃模式，進而將兩個雙刃模式組成四刃模式，最後建立一個可通用於球型銑刀、平刃端銑刀、圓鼻車刀及無刀鼻銳角刀具之泛用三維切削力公式

參考文獻

1. Usui E, Hirota A “Analytical prediction of three dimensional cutting process. Part 2 chip formation and cutting force with conventional single-point tool”, Trans ASME J Eng. Industry vol.100, pp229–235, 1978.
2. Engin S, Altintas Y “Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part E: helical end mills”, Int J Mach Tools Manufact vol.41, pp2195–2212, 2001.
3. Fontaine, M., Devillez, A., Moufki, A., Dudzinski, D., “Predictive force model for ball-end milling and experimental validation with a wavelike form machining test”, Int. J. Machine Tools Manuf. Vol.46, pp.367–380, 2006.
4. Takashi Matsumura, Eiji Usui “Predictive cutting force model in complex-shaped end milling based on minimum cutting energy”, International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol.50, pp.458-466,2010.
5. 蔡忠良，『平面刀刃之幾何切削模式之研究』，黎明學報，第十七卷，第二期，2005年十二月，pp.1-6.



6. C. L. Tsai, "Analysis and Prediction of Cutting Forces in End Milling by Geometrical Model", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol.31, pp.888-896, 2007.
7. C. L. Tsai and Y. S. Liao, "Prediction of Cutting Forces in Ball-end Milling by means of Geometrical Analysis", *Journal of Materials Processing Technology*, vol.205, pp.24-33, 2008.
8. C. L. Tsai and Y. S. Liao, "Cutting force prediction in ball-end milling with inclined feed by means of geometrical analysis", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol.46, pp.529-541, 2010.



附錄

$$[T_{HB}] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ HB \cdot r_p \cdot L_p + HB \cdot \pi \cdot L_{in}^2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中 r_p 為刀刃之刀尖半徑， L_p 為刀尖犁入長度， L_{in} 為壓痕長度。

對於球型銑刀， L_p 為圓球半徑 R 與壓痕弧度 θ_p 之乘積；而 L_{in} 為圓球半徑 R 與壓痕弧度正弦 $\sin \theta_p$ 之乘積。

對於平刃端銑刀，水平切削時， L_p 為零；垂直切削時， L_p 為平刃端銑刀圓柱半徑 R^* 。不管水平或垂直切削 L_{in} 為零。

$$[T_{\Omega}(X)] = \begin{pmatrix} \cos X & -\sin X & 0 \\ \sin X & \cos X & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

對於球型銑刀，依不同之切削狀況有以下之情形：

1. 水平(或斜角)方向單刃切削: $[T_{\Omega}(X)] = [T_{\Omega H1}(i)]$
2. 水平(或斜角)方向雙刃切削: $[T_{\Omega}(X)] = [T_{\Omega H2}(j)]$
3. 水平(或斜角)方向四刃切削: $[T_{\Omega}(X)] = [T_{\Omega H4}(k)]$
4. 垂直方向雙刃切削: $[T_{\Omega}(X)] = [T_{\Omega V2}(m)]$
5. 垂直方向四刃切削: $[T_{\Omega}(X)] = [T_{\Omega V4}(n)]$

對於平刃端銑刀，依不同之切削狀況有以下之情形：

1. 水平方向單刃切削: $[T_{\Omega}(X)] = [T_{\Omega H1}(i)]$
2. 水平方向雙刃切削: $[T_{\Omega}(X)] = [T_{\Omega H2}(j)]$
3. 水平方向四刃切削: $[T_{\Omega}(X)] = [T_{\Omega H4}(k)]$
4. 垂直方向雙刃切削: $[T_{\Omega}(X)] = [T_{\Omega V2}(m)]$
5. 垂直方向四刃切削: $[T_{\Omega}(X)] = [T_{\Omega V4}(n)]$

$$[T_{\delta}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix} \quad (3)$$



對於球型銑刀，在水平、水平與垂直向下及水平與垂直向上切削時， δ 以刀具螺旋角之調整值 δ^* 代入矩陣中；垂直切削時， δ 以 0 度代入矩陣中。

對於平刃端銑刀，在水平切削時， δ 以刀具螺旋角刀具幾何值 δ_R 代入矩陣中；垂直切削時， δ 以 0 度代入矩陣中。

$$[T_\theta] = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4)$$

對於球型銑刀，水平切削時， θ 以 0 度代入矩陣中；水平與垂直向下切削時，以實際進給“ θ^* ”度代入矩陣中；水平與垂直向上切削時， θ 以實際進給“- θ^* ”度代入矩陣中；垂直切削時， θ 以 90 度代入矩陣中。

對於平刃端銑刀，水平切削時， θ 以 0 度代入矩陣中；垂直切削時， θ 以 90 度代入矩陣中。

$$[T_\varepsilon] = \begin{pmatrix} 0 & -\cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \varepsilon & -\cos \varepsilon \end{pmatrix} \quad (5)$$

ε 為包含中心超越角隨切深變化之瞬時切削點與水平軸之夾角，可表示為：

$$\varepsilon = (\pi/2 - \lambda + \psi)/2 + \lambda \quad (6)$$

$$\text{其中，} \lambda = 2\sin^{-1}((D \tan(\delta - \psi))/2R) \quad (7)$$

1. 水平切削時，令 $\psi = \sin^{-1}(f/2R)$ 。
2. 水平與垂直向下切削時，令 $\psi = \theta + \sin^{-1}(f/2R)$ 。
3. 垂直切削時，令 $\psi = 90^\circ + \sin^{-1}(f/2R)$ 。
4. 水平與垂直向上切削時 ψ^* 以(2.58)式 ψ 代入(2.83)式 ε 中，
令 $\psi = -\theta + \sin^{-1}(f/2R)$ 。



$$[T_{CS}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos Cs & -\sin Cs \\ 0 & \sin Cs & \cos Cs \end{pmatrix} \quad (8)$$

對於球型銑刀、平刃端銑刀，Cs 為零;對於平面刀刃之切削刀具，Cs 為零或刀具幾何值 Cs*。

$$[f] = \begin{pmatrix} F_M \\ F_V \\ F_T \end{pmatrix} \quad (9)$$

對於球型銑刀，可區分為中心超越角小於退屑槽壁夾角($\psi < \gamma$)及中心超越角大於退屑槽壁夾角($\psi > \gamma$)兩種情形:

1. 水平、水平與垂直向上方向($\psi < \gamma$):

[f] 可表示為 [f] _{$\psi < \gamma$}

2. 水平、水平與垂直向下及垂直方向切削:

[f] 可表示為 [f] _{$\psi > \gamma$}

對於平刃端銑刀，可區分為水平端銑削及垂直銑削兩種情形:

1. 水平方向:[f] 可表示為 [f]_{EH}

2. 垂直方向:[f] 可表示為 [f]_{EV}

對於平面刀刃之切削刀具，可區分為圓鼻車刀及無刀鼻銳角刀具兩種情形:

1. 圓鼻車刀:[f] 可表示為 [f]_{NOSE}

2. 無刀鼻銳角: 刀具 [f] 可表示為 [f]_{STR}

