

刀刀螺旋角改變對球型銑刀水平切削力影響之  
切削力模擬分析

The Simulation of Cutting Forces of Ball-End Milling  
with Changing Helix Angle in Horizontal Cutting

蔡忠良

Chung-Liang Tsai

黎明技術學院機械工程學系

Department of Mechanical Engineering, Lee-Ming Institute of Technology

王恩海

En-Hai Wang

黎明技術學院機械工程學系

Department of Mechanical Engineering, Lee-Ming Institute of Technology

詹德勝

Teh-Sheng Zhan

黎明技術學院化學與材料工程學系

Department of Chemical and Materials Engineering, Lee-Ming Institute  
of Technology

摘 要

本研究係針對銑削加工製程中，進行球型銑刀沿水平進給加工時之刀具幾何及切削力學分析，藉由模擬不同的刀刀螺旋角探討螺旋角對球型銑刀切削力之影響。本研究首先提出一種三維銑刀之幾何分析模式，利用三維幾何圖形明確表示刀具與切屑流動之空間幾何結構，描述刀具幾何角度與切削條件之相對關係。藉由刀具、切屑、切削條件及刀具幾何角度之關係，可分析及模擬在改變不同的刀刀螺旋角時對三維切削力影響及變化趨勢。

關鍵詞：銑型銑刀切削、螺旋角

Abstract

Basing on the simulation of different helix angles, this paper constructs the analysis the cutting forces in horizontal ball end milling process. Firstly, this paper proposes a geometric model; the construction of the chip flow and tool are clearly



defined to describe the relation between geometric angle of tool and cutting conditions. By the relationship among tool, chip, cutting condition and geometric angle, the trend of three dimensional cutting forces can be simulated in the condition of different helix angle.

**Key Words:** Ball-end Milling, helix angle



## 1. 前言

在 CNC 加工中，球型銑刀適用於進行各種複雜曲面加工，刀具進給方向除了水平、垂直進給外，必須加入沿斜向進給加工過程(也就是水平與垂直向下同動切削及水平與垂直向上同動切削)，以達到各種斜向加工之需求，但是由於球型銑刀刀具角度複雜，很難以完整之數學式來表示，尤其是螺旋角對切削力之影響，雖有一些先前研究[1-4]，卻極少可描述螺旋角變化與球型銑刀切削行為。因此，本研究主要利用三維立體幾何刀具模型，建立球型銑刀斜向切削模式，以模擬球型銑刀切削時改變螺旋角對切削力之影響。

然而，在所有傳統切削加工中，切削行為分成兩大類別，第一種為刀具固定、工件 360 度旋轉之型式、第二種為刀具 360 度旋轉、工件固定之型式。由於兩種切削方式刀具幾何形狀之不同(第一種為單刃平面刀具、第二種為單刃至多刃螺旋曲面刀具)，上述兩種切削行為無論在切削模式之建立或切削力之預測上，均有不同之表示方式及數學模式。而且，從古至今雖有各國學者針對各種不同切削刀具，不斷提出各式各樣的切削模式及切削力預測公式[5,6]，卻由於所採用之切削模式(正交切削或斜交切削)、切削參數及所發展之經驗切削公式有相當大的差異，所以造成每一種切削刀具均有各種不同基準所發展出之各種切削模式，也就形成了每一種切削力公式所採用之參數條件完全不同。由此可知，若要以各種切削模式預測改變螺旋角對切削力之影響，則必須獲得每一種切削力公式之特殊切削參數及經驗公式，才能進行切削分析及切削力預測，不僅標準不一而且有些參數之取得更是困難。為了使切削力之預測具有一定之標準且無需獲得每一種切削力公式特殊切削參數，必須建

立一個統一的切削參數、切削模式及切削力預測公式，使其適用於各種切削刀具。

對於像球型銑刀這種具螺旋角之曲面刀具則是將刀具分成無數小單元之小切刃，再視這些小切刃為正交切削或斜交切削模式，運用各種不同切削力模式，求得每一小切刃之切削力，然後再將每一小切刃之切削力相加起來以得到總切削力，然而以這種切削模式所推導之切削力公式不僅耗時且增加數學模式之不穩定性使誤差增大，完全無法描述曲面刀具之真實切削行為。本研究以三維立體幾何空間之刀具立體幾何關係為基礎，以三維立體圖明確表示刀具與切屑之空間立體結構，藉由刀具幾何及瞬時切削角度之設定，形成完整切削幾何模型，建立一個利用剪切面與刀具幾何角度、切削條件有關之力學模式，期望當運用此平面刀具及螺旋曲面刀具之三度空間立體幾何模式，只要輸入刀具幾何角度及切削條件等基本條件既可正確預測切削力。

為了建立球型銑刀之三維切削立體幾何模式，首先利用刀具三度空間立體圖定義刀具幾何角及切削角，再將切削條件導入立體幾何圖中，以建立不同切削條件之切屑流動立體幾何切削模式，然後在不同切削進給方向下建構剪切面投影模式，以最小能量法求得切削點座標之三維切削力。最後，將影響切削力之因素納入考慮以建立一泛用之切削模式。

球型銑刀下端為圓球半球外圍周界，各刃之螺旋切刃自刀具中心線圓球中心點，以螺旋方式向球形外圍延伸至圓筒狀刀柄柄身，一般常用之刃數為雙刃及四刃，如圖 1 為雙刃球型銑刀側視圖，圖 2 為雙刃球型銑刀俯視圖。



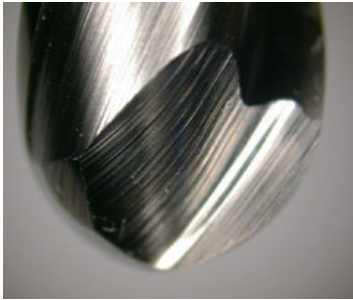


圖 1 雙刀球型銼刀側視圖

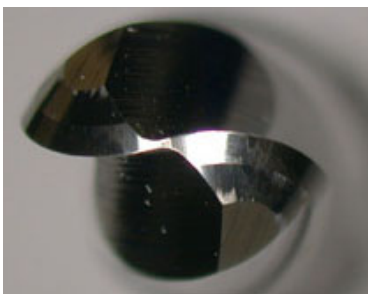


圖 2 雙刀球型銼刀俯視圖

根據上述圖形顯示螺旋角改變將會影響切削力大小及趨勢，因此本研究將利用數學模擬方式建立刀具模型，並分析螺旋角改變之切削力分佈曲線。

## 2. 球型銼刀三度空間刀具模式

### (1) 正中心超越角切削模式

如圖 3 顯示，刀具切刃外圍之切削工件範圍由底部 a 點延伸至切刃上部 b 點，由於刀具旋轉切削時圓球中心 M 點並無切削作用，刀具切刃外圍弧線必須延伸超越刀具中心線一適當角度，使球型刀刃弧線與退屑槽壁外圍弧線同時終止且相交於 a 點，即為本文中之『退屑槽壁夾角( $\gamma$ )』，即圖 3 中所示之  $\angle aOM$  夾角。因此刀具中心線與球型刀刃外圍邊界相交於 M 點，而非相交於刀刃終點 a。在此將這種切削模式定義為『正中心超越角切削模式』。

在此切屑流動之立體幾何關係模型中，中心超越角超越刀具中心線一適當角度且小於退屑槽壁夾角，其中未變形切屑厚度區域由內弧面  $aica$  及外弧面  $ahba$  所組成、 $abc$  為切削剪切平面、 $abm$  為剪切平

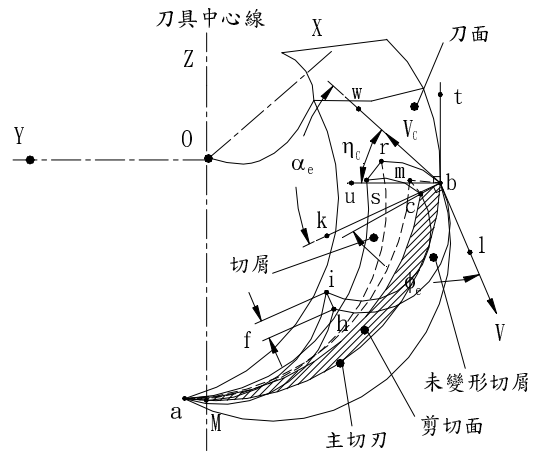


圖 3 正中心超越角小於退屑槽壁夾角之切屑流動幾何關係側視圖

面在刀具表面之投影區域、 $ars$  為切屑橫截面。由圖 3 中可明顯看出在切削速度  $V$  下，切屑受擠壓、剪切變形以  $V_c$  速度、 $\eta_c$  角度流動之情形，為了明確定義出有效剪切角  $\phi_c$ 、切屑流動角  $\eta_c$ 、有效斜角  $\alpha_e$ ，及剪切平面  $abc$ 。參考 Usui 與 Hirota [4, 5] 在單鋒刀具三維切削模式中對以上三種角度之定義。因此，在本切削模式下，前一刀刃以切削進給量  $f$  前進至下一刀刃，亦即  $ai$  弧線前進至  $ah$  弧線，當  $ab$  弧線之主切刃以切削速度  $V$  切削材料瞬間，未變形材料受切刃剪切擠壓，未變形材料與切屑之間形成一轉折面，形成  $a$  點漸漸增大至  $bc$  寬之剪切面，在與刀面垂直之切削速度平面  $kbl$  上，此剪切面與切削速度  $V$  之方向相隔  $\phi_c$  角度，因此將此角度定義為有效剪切角。而未變形材料在剪切面受剪切變形後，形成  $a$  點漸漸增大至  $rs$  寬之切屑，在刀面  $tbu$  平面上，切屑以  $V_c$  速度、 $\eta_c$  角度流出刀面，此  $\eta_c$  角度定義為切屑流動角。另外，在包含切削速度  $V$  與切屑速度  $V_c$  之平面  $wbl$  上，垂直切削速度  $V$  之法線 ( $bk$  方向) 方向與切屑速度  $V_c$  方向 ( $bw$  方向) 之夾角則定義為有效斜角  $\alpha_e$ 。由於加工進給量僅接觸球型刀刃外圍弧形區域，切屑向上移動排屑時並未與退屑槽壁



產生干涉，剪切面也因此未受擠壓，形成單純之圓弧刀刃加工現象。

### (2) 負中心超越角切削模式

如圖 4 顯示，在此切削狀況下，刀具切刃外圍之切削工件範圍由底部上方 a 點延伸至切刃上部 b 點，由於刀具旋轉切削時，底部 aa 弧形部分不接觸工件無切削作用，因此真正之切削行為發生於圓球刀刃偏上方外圍部分，刀具接觸工件之最低點 a 並未超越中心點，形成刀具無過切之現象，在本文中將此角度定義為『負中心超越角』，即圖 4 中所示之  $\angle aOM$  夾角。在此將這種切削模式定義為『負中心超越角切削模式』。

在此切屑流動之立體幾何關係模型中，刀具中心底部 aa 弧形部分不接觸工件，中心超越角為負值且必定小於退屑槽壁夾角，由於加工進給量僅接觸球型刀刃外圍弧形上方區域，切屑向上移動排屑時並未與退屑槽壁產生干涉，剪切面也因此未受擠壓，形成單純之圓弧刀刃加工現象。

在此切削模式下，前一刀刃切削進給至下一刀刃，亦即 ab 弧線前進至 am 弧線，形成 a 點漸漸增大至 hi 寬之未變形切屑寬度、a 點漸漸增大至 bc 寬之剪切面及 a 點漸漸增大至 rs 寬之切屑之規律弧狀變形。其中 ahia 區域為未變形切屑區橫截面、abca 區域為切削剪切平面、abma 區域為切屑在刀具表面之摩擦區域、arsa 區域為切屑橫截面。由圖 4 中可明顯看出在切削速度 V 下，切屑受擠壓、剪切變形以  $V_c$  速度、 $\eta_c$  角度流動之情形，同時可定義出有效剪切角  $\phi_e$  及有效斜角  $\alpha_e$ 。

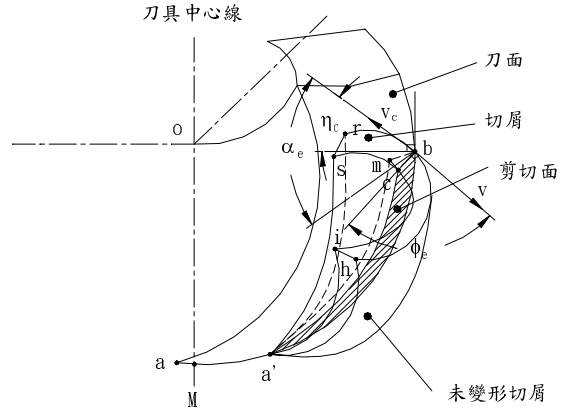


圖 4 負中心超越角小於退屑槽壁夾角之切屑流動幾何關係圖

### 3. 三維切削力矩陣

一球型銑刀三維切削力矩陣公式  $[F]$  可定義如下：

$$[F] = [T_{HB}][T_{\Omega}][T_{\delta}][T_{\theta}][T_{\epsilon}][f]$$

其中

$[T_{HB}]$  為刀尖壓痕、犁入力矩陣

$[T_{\Omega}]$  為瞬時旋轉角度  $\Omega$  之座標轉換矩陣

$[T_{\delta}]$  為刀刃螺旋角  $\delta$  之座標系統轉換矩陣

$[T_{\theta}]$  為刀刃進給斜角  $\theta$  之座標轉換矩陣

$[T_{\epsilon}]$  為刀面圓弧外型對切深不同之座標轉換矩陣

$[f]$  為原始切削點座標系統之三維切削力座標轉換矩陣

各矩陣說明如下：

$$[T_{HB}] = \begin{pmatrix} 0 & & & & & \\ 0 & & & & & \\ HB \cdot r_p \cdot L_p + HB \cdot \pi \cdot L_{in}^2 & & & & & \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中  $r_p$  為刀刃之刀尖半徑， $L_p$  為刀尖犁入長度， $L_{in}$  為壓痕長度。



$$[T_{\alpha(X)}] = \begin{pmatrix} \cos X & -\sin X & 0 \\ \sin X & \cos X & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$[T_{\delta}] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$[T_{\theta}] = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \quad (4)$$

對於球型銑刀，水平切削時， $\theta$  以 0 度代入矩陣中；水平與垂直向下切削時，以實際進給“ $\theta^*$ ”度代入矩陣中；水平與垂直向上切削時， $\theta$  以實際進給“- $\theta^*$ ”度代入矩陣中；垂直切削時， $\theta$  以 90 度代入矩陣中。

$$[T_{\varepsilon}] = \begin{pmatrix} 0 & -\cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \varepsilon & -\cos \varepsilon \end{pmatrix} \quad (5)$$

$\varepsilon$  為包含中心超越角隨切深變化之瞬時切削點與水平軸之夾角，可表示為：

$$\varepsilon = (\pi/2 - \lambda + \psi)/2 + \lambda \quad (6)$$

其中， $\lambda = 2\sin^{-1}((D \tan(\delta - \psi))/2R)$  (7)

對於球型銑刀，可區分為中心超越角小於退屑槽壁夾角( $\psi < \gamma$ )及中心超越角大於退屑槽壁夾角( $\psi > \gamma$ )兩種情形：

1. 水平、水平與垂直向上方向( $\psi < \gamma$ )：

$$[f] \text{ 可表示為 } [f]_{\psi < \gamma}$$

2. 水平、水平與垂直向下及垂直方向切削：

$$[f] \text{ 可表示為 } [f]_{\psi > \gamma}$$

#### 4. 螺旋角對切削力影響之模擬分析

由球型銑刀水平切削之先前研究[1,6]得知，球銑刀進給切削時，隨著刀具 360 度旋轉，形成 X、Y、Z 三軸切削力呈現近似正弦波函數之上下振盪特性，而且具有高、低波峰之力量分佈。這是由於球型曲面外形造成螺旋刀刃分佈略大於 180 度，因此兩切刃先後接觸工件時會有切削力重疊之現象產生。

為了更了解螺旋角對三維切削力之影響，本文以數學模式模擬之方式，將螺旋角由 0 度變化至 30 度代入球型銑刀切削力公式中，以刀具旋轉 360 度情況下，分別表示三軸切削力變化之情形。圖 5、6 及 7 為水平軸進給率 20mm/min (0.0067mm/tooth)、切深 2mm 條件下，X、Y 及 Z 軸切削力隨刀具旋轉角變化之曲線。

由圖 5、6 及 7 之 X、Y、Z 切削力曲線可以發現，在螺旋角為 0 度時，由於螺旋角之分佈位於 180 度內，螺旋超越角為 0，因此刀具旋轉 360 度內呈現兩個相同高度且均勻分佈之切削力曲線。隨者螺旋角之增加，螺旋超越角大於零，經由瞬時旋轉角度  $\Omega$  座標轉換矩陣之前、後刃矩陣之組合，則形成了兩個大小不同之高低波形，而且 X、Y 軸曲線隨螺旋角增大有向前移之趨勢，Z 軸曲線兩波形之分界點由 180 度增加至約 220 度，而高低波形更加明顯。



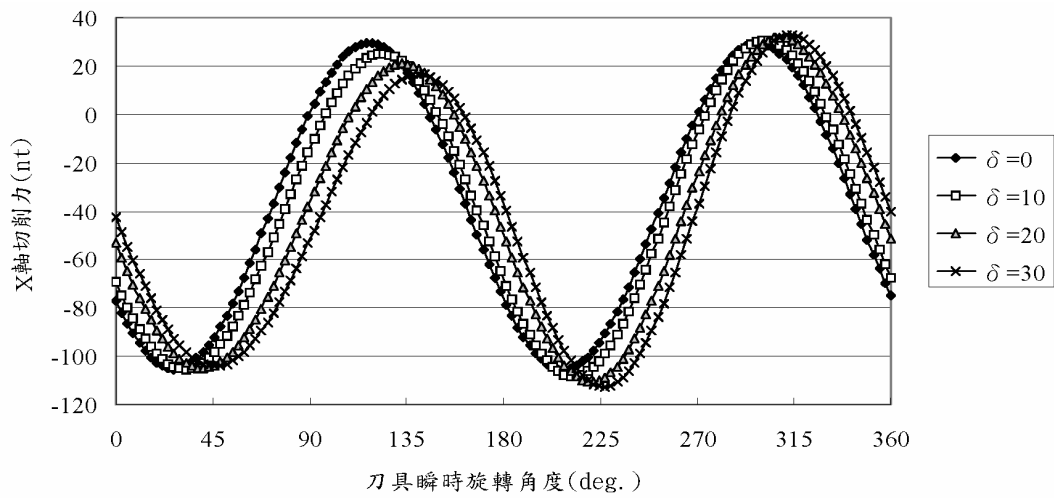


圖 5 螺旋角對於球型銑刀 X 軸切削力曲線之影響

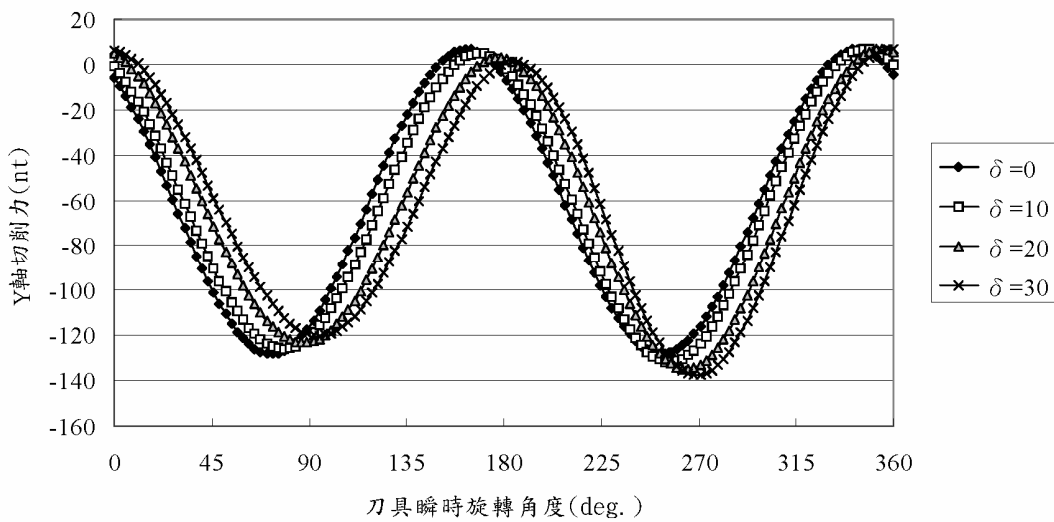


圖 6 螺旋角對於球型銑刀 Y 軸切削力曲線之影響

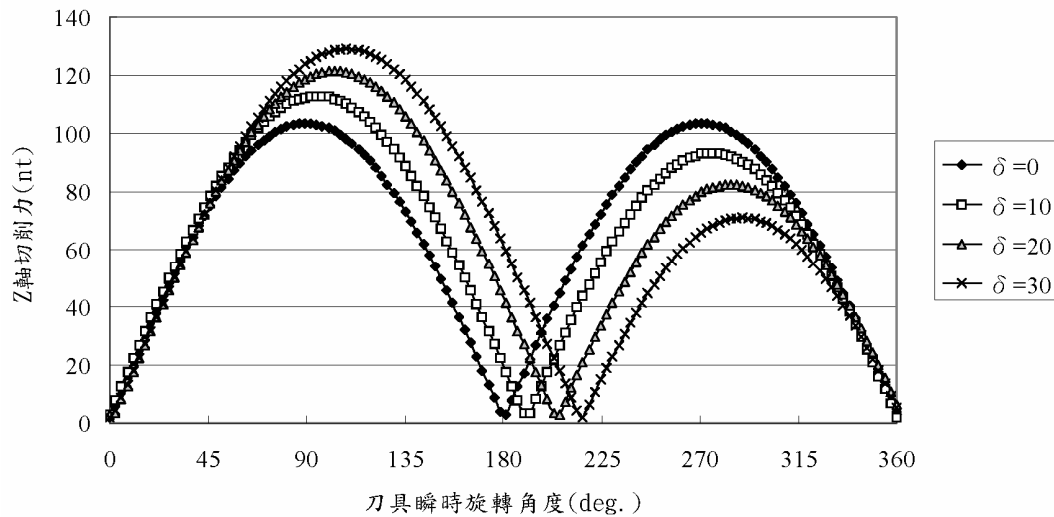


圖 7 螺旋角對於球型銑刀 Z 軸切削力曲線之影響





## 5. 結論

球型銑刀在螺旋角為 0 度時，由於螺旋角之分佈位於 180 度內，刀具旋轉 360 度內呈現兩個相同高度且均勻分佈之切削力曲線。隨著螺旋角之增加，螺旋超越角大於零，形成了兩個大小不同之高低波形，而且由於旋轉角度座標轉換矩陣以及圓弧切深座標系統轉換矩陣的力量合成，X、Y 軸曲線隨螺旋角增大有向前移之趨勢，Z 軸曲線兩波形之分界點角度由 180 度逐漸增加，而高低波形更加明顯。

## 參考文獻

1. Usui E, Hirota A “Analytical prediction of three dimensional cutting process. Part 2 chip formation and cutting force with conventional single-point tool”, Trans ASME J Eng. Industry vol.100, pp229–235, 1978.
2. Engin S, Altintas Y “Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part E: helical end mills”, Int J Mach Tools Manufact vol.41, pp2195–2212, 2001.
3. Fontaine, M., Devillez, A., Moufki, A., Dudzinski, D., “Predictive force model for ball-end milling and experimental validation with a wavelike form machining test”, Int. J. Machine Tools Manuf. Vol.46, pp.367–380, 2006.
4. Takashi Matsumura, Eiji Usui “Predictive cutting force model in complex-shaped end milling based on minimum cutting energy”, International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol.50, pp.458-466,2010.
5. Feng HY, Menq CH (1994) The prediction of cutting force in ball-end milling process- I . Model formulation and model building procedure. Int J Mach Tools Manuf 34:697-710.
6. Tai CC, Fuh KH (1994) A predictive force model in ball-end milling including eccentricity effects. Int J Mach Tools Manuf 34 (7):959-979

