

## 利用整合之矩陣模式分析端銑刀三維切削力

蔡忠良

黎明技術學院機械工程學系

cltsai@mail.lit.edu.tw

### 摘要

本研究係利用先前論文之端銑刀具切削模型，建立三維矩陣數學模式並加入各種邊界條件，以建構整合之端銑刀矩陣三維切削力模式，同時將單刃、雙刃及四刃，水平、垂直切削分類組合，輔以理論切削力分析以形成通用之端銑刀切削矩陣模式。

關鍵字：切削力、矩陣

### 1. 前言

近二十年來有許多研究者致力於端銑刀切削過程之研究，如1997年Abrari and Elbestawi [1]等提出計算銑刀切削力之基礎公式。1998年Zheng, Liang and Melkote [2]等人，發展出一套詳細的端銑刀波動表示法。Engin and Altintas[3]則於2001年提出一端銑刀通用數學模式，接著在2004年，Kivanc and Budak[4]以有線元素分析靜態與動態之切削模式，之後多數研究論文亦是以上述方式進行各種研究，雖各有不同之貢獻但仍缺乏一套完整且有系統之分析方法與切削模式。

本人[5]亦於2007年發表一研究成果，係利用三維幾何模型對端銑刀進行切削力分析與預測。其中，先藉由建構包含未變形切屑、剪切面積、切屑流動角及各種幾何角度之相對關係，再導入能量法進行切削力預測，最後獲得三維切削力預測模式，同時納入切削力矩陣分析模式，將切削力分析系統化。

本研究將延續上述論文之矩陣切削力模式，發展出更完整的幾何矩陣分析模式，以建構通用且系統化之切削模式。

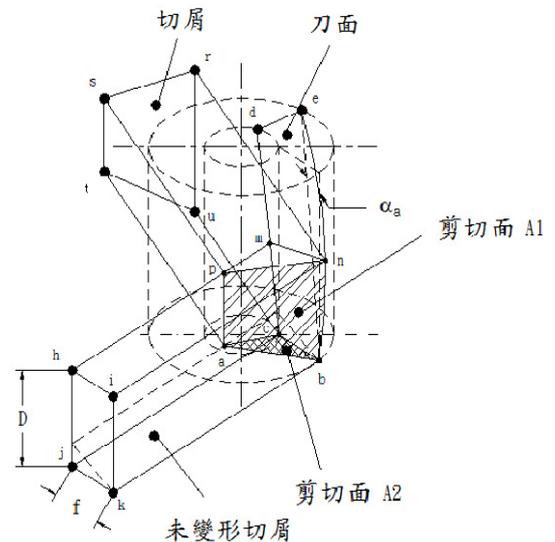
### 2. 先前技術之端銑刀三維刀刃幾何模型

如圖一、二[5]所示，為先前論文所提出之三維刀刃幾何模型。其中，圖一為端銑刀於水平方向切削之切屑流動與刀具切刃之三為立體示意圖，圖二為端銑刀於垂直方向切削之切屑流動與刀具切刃之三為立體示意圖，由這兩圖可顯示剪切面積與為變形切屑之涵蓋範圍。

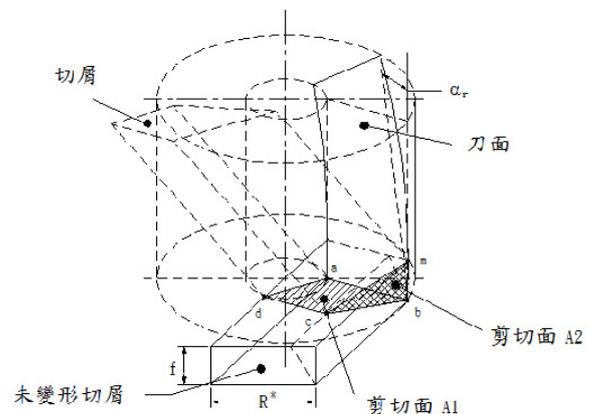
如圖三、四[5]所示，為先前論文所提出之刀具、切屑與幾何角度之關係圖，係為建構切削力預測數學模式之根據。藉此，先前論文[5]依上述圖一至圖四發展出端銑刀之切削力矩陣：

$$[F] = [T_{HB}] [T_{\Omega}(\Omega)] [T_{\delta}] [T_{\theta}] [T_{\epsilon}] [f]$$

其中  $[f]$  為原始切削點座標系統之三維切削力、 $[F]$  為真實直角座標系統之三維切削力。

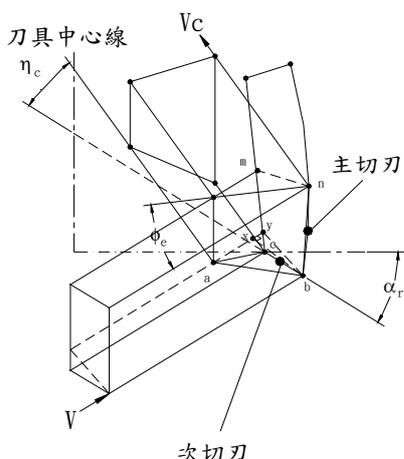


圖一：水平方向切削立體圖

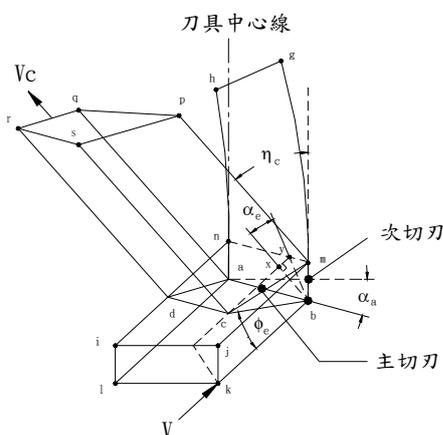


圖二：垂直方向切削立體圖





圖三：水平方向切削之幾何角度關係



圖四：垂直方向切削之幾何角度關係

### 3. 幾何矩陣模式整合分析

依據前述之三為幾何分析與矩陣公式，本論文提出一新整合概念，以(1)式為基礎整合出一通用模式，分類為五種類型，說明如下：

#### 3.1 單刃端銑刀、水平切削

$$[F] = \{[T_{HB}]_{LP=0}\} \{T_{\Omega H1}(i)\} \{[T_{\delta}]_{\delta=\delta^*}\} \{[T_{\theta}]_{\theta=0}\} \{[T_{\varepsilon}]_{\varepsilon=e\theta}\} \{[f]_{EH}\} \quad (2)$$

#### 3.2 雙刃端銑刀、水平切削

$$[F] = \{[T_{HB}]_{LP=0}\} \{T_{\Omega H2}(j)\} \{[T_{\delta}]_{\delta=\delta^*}\} \{[T_{\theta}]_{\theta=0}\} \{[T_{\varepsilon}]_{\varepsilon=e\theta}\} \{[f]_{EH}\} \quad (3)$$

#### 3.3 雙刃端銑刀、垂直切削

$$[F] = \{[T_{HB}]_{LP=R^*}\} \{T_{\Omega V2}(m)\} \{[T_{\delta}]_{\delta=0}\} \{[T_{\theta}]_{\theta=90}\} \{[T_{\varepsilon}]_{\varepsilon=0}\} \{[f]_{EV}\} \quad (4)$$

#### 3.4 四刃端銑刀、水平切削

$$[F] = \{[T_{HB}]_{LP=0}\} \{T_{\Omega H4}(k)\} \{[T_{\delta}]_{\delta=\delta^*}\} \{[T_{\theta}]_{\theta=0}\} \{[T_{\varepsilon}]_{\varepsilon=e\theta}\} \{[f]_{EH}\} \quad (5)$$

#### 3.5 四刃端銑刀、垂直切削

$$[F] = \{[T_{HB}]_{LP=R^*}\} \{T_{\Omega V4}(n)\} \{[T_{\delta}]_{\delta=0}\} \{[T_{\theta}]_{\theta=90}\} \{[T_{\varepsilon}]_{\varepsilon=0}\} \{[f]_{EV}\} \quad (6)$$

其中個矩陣式說明如下：

$$[T_{HB}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ HB * r_p * L_p \end{bmatrix}$$

式中 $r_p$ 為刀刃之刀尖半徑， $L_p$ 為刀尖犁入長度， $HB$ 為硬度值。對於平刃端銑刀，水平切削時， $L_p$ 為零；垂直切削時， $L_p$ 為平刃端銑刀圓柱半徑 $R^*$ 。

$$T_{\Omega}(\Omega) = \begin{bmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega & 0 \\ \sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

式中對於平刃端銑刀，依不同之切削狀況有以下之情形：

1. 水平方向單刃切削：

$$[T_{\Omega}(\Omega)] = [T_{\Omega H1}(i)]$$

2. 水平方向雙刃切削：

$$[T_{\Omega}(\Omega)] = [T_{\Omega H2}(j)]$$

3. 水平方向四刃切削：

$$[T_{\Omega}(\Omega)] = [T_{\Omega H4}(k)]$$

4. 垂直方向雙刃切削：

$$[T_{\Omega}(\Omega)] = [T_{\Omega V2}(m)]$$

5. 垂直方向四刃切削：

$$[T_{\Omega}(\Omega)] = [T_{\Omega V4}(n)]$$

$$[T_{\delta}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix}$$

式中對於平刃端銑刀，在水平切削時， $\delta$ 以刀具螺旋角幾何值 $\delta_R$ 代入矩陣中；垂直切削時， $\delta$ 以0度代入矩陣中。

$$[T_{\theta}] = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

式中對於平刃端銑刀，水平切削時， $\theta$ 以0度代



入矩陣中;垂直切削時,  $\theta$  以90度代入矩陣中。

$$[T_\varepsilon] = \begin{bmatrix} 0 & -\cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \varepsilon & -\cos \varepsilon \end{bmatrix}$$

式中水平切削  $\varepsilon$  以  $\varepsilon h$  代入矩陣中;垂直切削時,  $\varepsilon$  以0代入矩陣中。

#### 4. 結論與討論

本人在先前發表之論文[5]，曾針對端銑刀藉由三維幾何模式提出切削力矩陣公式以預測三維切削力，並與實驗值做比較，已可獲得相當接近之預測結果。其中，將刀具尖端硬度(HB)、順時旋轉角度( $\Omega$ )、螺旋角度( $\delta$ )、刀刃進給斜角( $\theta$ )及刀面圓弧外型對切深不同之座標轉換( $\varepsilon$ )等因素納入，形成一切削力矩陣公式。

由於端銑刀切削狀況複雜，且具有各種刀刃數，在先前之論文難以一一完整表示，且容易缺少遺漏一些特殊切削情形。因此本論文將原有矩陣公式通用化，將單刀、雙刀及四刀，水平、垂直切削分類組合，並於各個矩陣下標處進行標註。其中，尖端硬度(HB)影響因素之刀尖犁入長度( $L_p$ )依水平或垂直刀尖接觸情形帶入零或刀圓柱半徑；順時旋轉角度( $\Omega$ )影響因素之五種切削情形分別以  $\Omega_{H1}$ 、 $\Omega_{H2}$ 、 $\Omega_{H4}$  代表水平切削單刀、雙刀及四刀，而  $\Omega_{V2}$ 、 $\Omega_{V4}$  代表垂直切削雙刀及四刀；螺旋角度( $\delta$ )在水平切削時作用可忽略，若在垂直切削時則以實際螺旋角度  $\delta_R$  帶入式中；刀刃進給斜角( $\theta$ )在水平與垂直切削分幣定義為0度及90度；刀面圓弧外型對切深不同之座標轉換因子( $\varepsilon$ )在水平切削時以一定值  $\varepsilon h$  帶入，垂直切削時則可忽略不計； $[f]$  為原始切削點座標系統之三維切削力，以 EH 與 EV 下標方式分別註解水平與垂直切削座標系統。

本研究以先前論文為基礎，將各種切削條件及因子所應帶入之數值予以實際化，可構建一完整且通用之幾何矩陣分析模式，提供未來研究此領域之研究者參考與依循。

#### 5. 參考文獻

1. Abrari F, Elbestawi MA, "Closed form formulation of cutting forces for ball and flat end mills", International Journal of Machine Tool, vol.37, pp17-27, 1997.
2. Zheng Li, Steven Y Liang, Shreyes N Melkote, "Angle domain analytical model for end milling forces", Journal of Manufacturing Science Engineering vol.120, pp252-258, 1998.
3. Engin S, Altintas Y, "Mechanics and dynamics of general milling cutters Part E: helical end mills",

International Journal of Machine Tools, vol. 41, pp2195-2212, 2001.

4. Kivanc EB, Budak E, "Structural modeling of end mills for form error and stability analysis", International Journal of Machine Tools, vol.44, pp1151-1161, 2004.
5. Chung-Liang Tsai, "Analysis and prediction of cutting forces in end milling by means of a geometrical model", International Journal of Advance Manufacture Technology, vol.31, pp888-896, 2007.



## **To Analysis the Three Dimensional Cutting Forces of end milling cutter by integrated Matrix Mode**

Chung-Liang Tsai

Department of Mechanical Engineering,  
Lee-Ming Institute of Technology

cltsai@mail.lit.edu.tw

### **Abstract**

Using end milling cutting model in previous researches, a three dimensional matrix model, including other cutting conditions, is presented in this paper. By adding the theoretic analysis in cutting forces, a general matrix model of end milling cutter is constructed.

*Keywords:* End milling cutting force, matrix model

