

# 四刀端銑刀垂直方向切削之切削力分析

蔡忠良

黎明技術學院機械工程學系

\*Email: cltsai@mail.lit.edu.tw

## 摘要

本研究係針對四刀端銑刀垂直方向切削之切削力進行分析與預測，利用先前論文已建立之端銑刀具切削模型，建立四刀端銑刀之三維矩陣數學模式，並加入各種邊界條件，以建構整合之四刀端銑刀矩陣三維切削力模式，同時輔以理論切削力分析與實驗應證。

**關鍵字：**端銑刀、切削力、矩陣

## 1. 前言

長久以來有許多研究者致力於端銑刀切削過程之研究，如1997年Abrari and Elbestawi [1]等提出計算銑刀切削力之基礎公式。1998年Zheng, Liang and Melkote [2]等人，發展出一套詳細的端銑刀波動表示法。Engin and Altintas[3]則於2001年提出一端銑刀通用數學模式，接著在2004年，Kivanc and Budak[4]以有線元素分析靜態與動態之切削模式，之後多數研究論文亦是以上述方式進行各種研究，雖各有不同之貢獻但仍缺乏一套完整且有系統之分析方法與切削模式。

本人[5]於2007年發表一研究成果，係利用三維幾何模型對單刀及雙刀之端銑刀進行切削力分析與預測。其中，先藉由建構包含未變形切屑、剪切面積、切屑流動角及各種幾何角度之相對關係，再導入能量法進行切削力預測，最後獲得三維切削力預測模式，同時納入切削力矩陣分析模式，將切削力分析系統化。

本研究將延續上述單刀及雙刀之端銑刀論文之矩陣切削力模式，針對四刀端銑刀之切削力進行分析與預測，發展出四刀端銑刀的幾何矩陣分析模式。

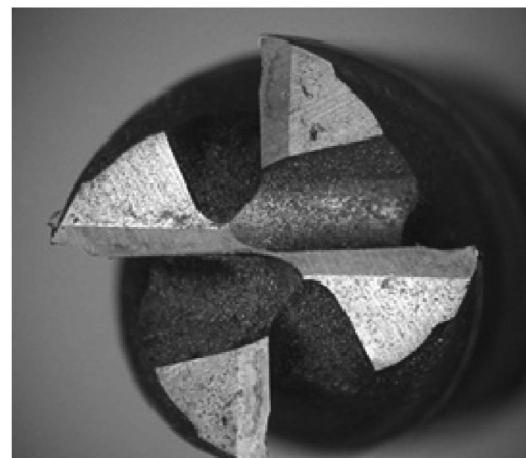
## 2. 刀刃之幾何模型

### 2.1 刀具外型

平刀端銑刀具有圓柱外型，圓周上形成單刀或多刀之螺旋切削刃，圓柱底部則具有與刀具軸垂直之直線單刀或多刀切削刃。因此，端銑削加工主要為利用圓周螺旋刃切削之周邊銑削(peripheral milling)及利用底部直線刀刃切削之平面銑削(face milling)。圖一為一體式四刀平刀端銑刀側視圖，圖二為一體式四刀平刀端銑刀俯視圖。



圖一：四刀平刀端銑刀側視圖

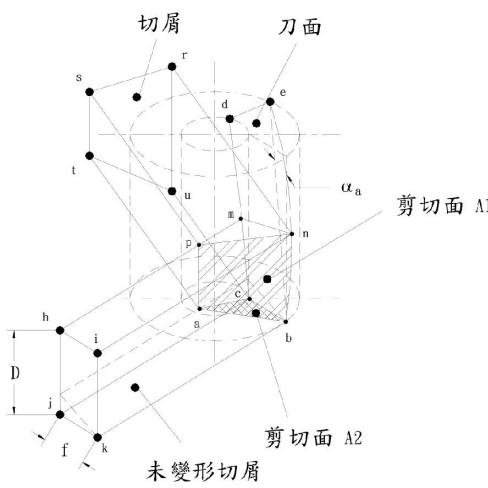


圖二：四刀平刀端銑刀俯視圖

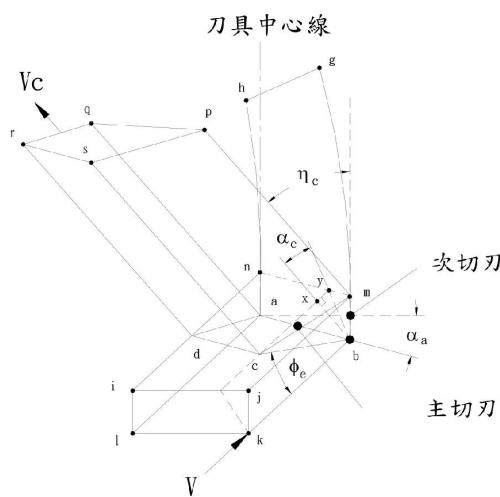
### 2.2 單一刀刃幾何模型

如圖三與圖3四所示為平刀端銑刀垂直方向切削之切屑流動立體幾何關係圖，在 $f_z$ 之進給率下沿垂直方向切削，如圖四所示，abgh為螺旋切削刀面，其上之ab段為主切刃、bm段為次切刃， $R^*$ 為切刃圓柱半徑。未變形切屑部分以V速度進入刀具，其橫截面為jikl，經刀具切削後以 $V_C$ 速度、 $\eta_c$ 角度流出刀面，其橫截面為pqrs。未變形切屑受切刃切削擠壓於刀面上摩擦，形成一摩擦區域abmn。未變形切屑受主切刃切削擠壓形成四邊形剪切面A1，即圖三中abcd橫截面區域，而受次切刃切削擠壓形成三角形剪切面A2，即圖三中bcm橫截面區域。

因此，可以從圖四中定義出有效剪切角 $\phi_e$ 、有效斜角 $\alpha_e$ 、軸向斜角 $\alpha_a$ 及徑向斜角 $\alpha_r$ 。



圖三：垂直方向切削切屑流動幾何關係圖(一)



圖四：垂直方向切削切屑流動幾何關係圖(二)

### 3. 切削力分析

端銑刀之切削力矩陣

$$[F] = \{[T_{HB}]_{L_P=R^*}\} \{T_{\Omega V4}(n)\} \{[T_\delta]_{\delta=0}\}$$

$$\{[T_\theta]_{\theta=90}\} \{[T_\varepsilon]_{\varepsilon=0}\} \{[f]_{EV}\}$$

其中  $[f]$  為原始切削點座標系統之三維切削力、 $[F]$  為真實直角座標系統之三維切削力。

$$[T_{HB}] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ HB * r_p * L_p \end{bmatrix}$$

上式中  $r_p$  為刀刃之刀尖半徑， $L_p$  為刀尖犁入長度，HB 為硬度值。對於平刃端銑刀，水平切削時， $L_p$  為零；垂直切削時， $L_p$  為平刃端銑刀圓柱半徑  $R^*$ 。

$$T_\Omega(\Omega) = \begin{bmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega & 0 \\ \sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

上式中對於平刃端銑刀，在垂直切削時， $\theta$  以 90 度代入矩陣中。

$$[T_\delta] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & \sin \delta \\ 0 & -\sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix}$$

上式中對於平刃端銑刀，在垂直切削時， $\delta$  以 0 度代入矩陣中。

$$[T_\theta] = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

上式中對於平刃端銑刀，在垂直切削時， $\theta$  以 90 度代入矩陣中。

$$[T_\varepsilon] = \begin{bmatrix} 0 & -\cos \varepsilon & \sin \varepsilon \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \varepsilon & -\cos \varepsilon \end{bmatrix}$$

上式中垂直切削時， $\varepsilon$  以 0 代入矩陣中

### 4. 結果與討論

本論文將刀具尖端硬度(HB)、順時旋轉角度( $\Omega$ )、螺旋角度( $\delta$ )、刀刀進給斜角( $\theta$ )及刀面圓弧外型對切深不同之座標轉換( $\varepsilon$ )等因素納入，形成一切削力矩陣公式，並與實驗值做比較，已可獲得相當接近之預測結果。

由於端銑刀切削狀況複雜，因此本論文將原有矩陣公式通用化，將垂直切削於各個矩陣下標處進行標註。其中，尖端硬度(HB)影響因素之刀尖犁入長度( $L_p$ )依垂直刀尖接觸情形帶入零半徑；順時旋轉角度( $\Omega$ )影響因素之四刃( $\Omega_{V4}$ )代表垂直切削四刃；螺旋角度( $\delta$ )在垂直切削為零；刀刀進給斜角( $\theta$ )在垂直切削定義為 90 度；刀面圓弧外型對切深不同之座標轉換因子( $\varepsilon$ )在垂直切削時則可為零； $[f]$  為原始切削

點座標系統之三維切削力，以EV下標方式註解垂直切削座標系統。

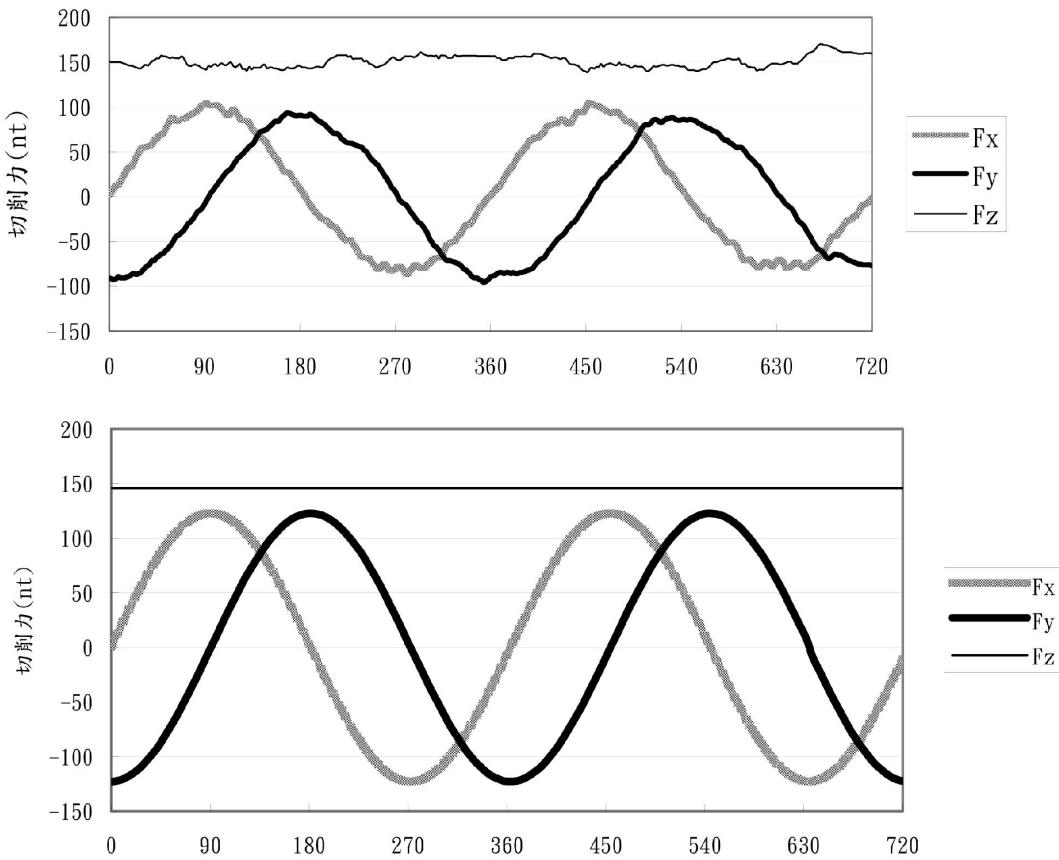
本實驗以垂直方向切削之方式，CNC銑床之X、Y軸固定不動，Z軸進給率設定為 $4\text{mm/min}$ ( $0.00067\text{mm/齒}$ )。從圖五實驗結果(上圖)與理論值(下圖)之三軸向切削力分佈及趨勢圖中，可以發現X、Y兩軸切削力是呈現上下起伏類似“正弦波”之現象，而且 $F_y$ 似乎有超前 $F_x$ 一個“相位差”之情形，而Z軸切削力曲線在 $0 \sim 720$ 度之兩循環週期內都是在一直線軌跡內微幅振盪，保持一定值之固定切削力，相似於四刃球型銑刀切削之切削力特性。由於實驗值與理論值有相當一致之趨勢，因此顯示本模式之四刃平刃端銑刀於垂直方向切削，可以正確地預測三軸切削力。

### 5. 結論

本研究以先前論文為基礎，將各種切削條件及因子所應帶入之數值予以實際化，可構建一完整且通用之幾何矩陣分析模式，提供未來研究此領域之研究者參考與依循。

### 6. 參考文獻

1. Abrari F, Elbestawi MA, “Closed form formulation of cutting forces for ball and flat end mills”, International Journal of Machine Tool , vol.37, pp17–27, 1997.
2. Zheng Li, Steven Y Liang, Shreyes N Melkote, “Angle domain analytical model for end milling forces ”, Journal of Manufacturing Science Engineering vol.120, pp252–258, 1998.
3. Engin S, Altintas Y, “Mechanics and dynamics of general milling cutters Part E: helical end mills ”, International Journal of Machine Tools, vol. 41, pp2195–2212, 2001.
4. Kivanc EB, Budak E, “Structural modeling of end mills for form error and stability analysis ”, International Journal of Machine Tools, vol.44, pp1151–1161, 2004.
5. Chung-Liang Tsai, “Analysis and prediction of cutting forces in end milling by means of a geometrical model ”, International Journal of Advance Manufacture Technology, vol.31, pp888–896, 2007.



圖五：實驗結果(上圖)與理論值(下圖)之比較



## Analysis of Cutting Forces in Four-flute End Milling Cutter Along vertical cutting direction

Chung-Liang Tsai\*

Department of Mechanical Engineering,

Lee-Ming Institute of Technology

\*Email: cltsai@mail.lit.edu.tw

### Abstract

Using end milling cutting model in previous researches, a three dimensional matrix model, including other cutting conditions, is presented in this paper. The four cutters with vertical direction form, by adding the theoretic analysis in cutting forces, a general matrix model of end milling cutting. Comparing the theoretical and experimental data, the degree of similarity is very close.

**Keywords:** End milling cutting force

