

PID 控制於速度場與濃度場之初步模擬分析

詹德勝

黎明技術學院 電機工程系

Email: cds1219@mail.lit.edu.tw

摘要

計算流體力學(Computational Fluid Dynamics, CFD) 被廣泛應用於各種工業，透過邊界條件及初始條件求解各種複雜流體現象。PID 控制是一種採用回饋控制的閉迴路機制，亦廣泛使用於工業控制系統和需要連續控制的設備。結合 PID 控制於複雜的動量、質量和濃度的流體輸送，並優化 PID 常數於工業控制系統就顯得格外重要。本模擬結合 PID 控制於動量和濃度輸送的計算模擬，除計算暫態非線性動量場與濃度場之數值分析外，並計算 PID 常數對於速度與濃度的影響。本模擬利用三種演算法，計算速度與濃度暫態時間響應及速度場分布與濃度場分布，A 演算法控制點入口速度為零，B 演算法於穩定狀態速度為 0.03 mm/s，C 演算法於穩定狀態速度為 0.04 mm/s。A，B 及 C 演算法於出口處最大速度分別為 0.02 m/s、0.06 m/s 及 0.08 m/s。

關鍵詞：PID 控制、速度場、濃度場、模擬

1、前言

計算流體力學(Computational Fluid Dynamics, CFD) 是一種數值模擬方法，被廣泛應用於各種工業先期作業，透過邊界條件及初期條件求解各種複雜幾何形狀下的流體輸送[1, 2]。透過模擬結果與實驗量測值進行驗證，可預測極複雜的幾何結構的物理現象。計算流體力學在各領域的開發和應用顯著，可求解動量、熱量和質量輸送相關的流體行為及相關工業應用[3]。由於能夠應用於新進及現代化的設計或系統之預測與分析，計算流體力學在許多工業的工程設計和

研究中發揮重要貢獻[4-6]。比例-積分-微分控制(proportional-integral-derivative-control, PID control) 演算法廣泛使用於工業控制系統，PID 控制藉由測量值與設定值之間的誤差，並依誤差的比例、誤差的積分及誤差的微分產生輸出信號，實現連續控制。PID 控制是一種採用回饋的閉控制迴路機制，使用於工業控制系統和需要連續控制的設備。PID 控制理論被普遍用於需要精確和最優化的自動控制系統[7, 8]。

2、研究方法

本研究的控制與模擬包括計算非線性動量場、質量、濃度場及PID控制演算法之物理現象、建立模擬幾何形狀及計算網格系統[9-10]。動量場、質量及濃度場模擬分析，分別敘述如下：

2.1 幾何模型建立與計算網格

建置物理模型、建立模擬幾何與網格、建構數值分析方法等工作項目。本模擬邊界條件設定如圖1，首先假設已知上與左兩個入口濃度，出口處的濃度輸送主要為對流控制，即忽略對流方向的擴散。所有壁面無通量邊界條件，濃度的邊界條件為上和左入口的濃度為已知濃度，上部入口處的速度為已知速度。

2.2 塑料模具溫度模擬分析

本研究模擬幾何尺度為公尺，使用 Comsol 軟體及有限元素法離散動量場、質量及濃度場方程式。本計畫將藉由不同 PID 常數的改變，探討速度及濃度場分佈及時間響應。氣體在上方入口處，濃度以 1.0 mol/m^3 及速度為 0.01 m/s 進入系統，氣體以濃度較低的濃度從左側進入。濃度(c_{in})偵測點在圖 1 中 A 點，入口速度(u_{in})藉由 PID 控制演算法計算而得，在 A



點設定濃度 c_{set} 為 0.5 mol/m^3 。

3、數學模式

用於計算 u_{in} 的 PID 控制演算法為：

$$u_{in} = k_p(c - c_{set}) + k_i \int_0^t (c - c_{set}) dt + k_D \frac{d}{dt}(c - c_{set}) \quad (1)$$

實際上， k_p 、 k_i 與 k_D 的常數設定，影響控制系統穩定性，尤其微分常數 k_D 在大多數情況下設定極接近於 0，主因是 k_D 常數可能較難以確定。微分項容易增加控制系統的波動 (fluctuations)，且 k_D 常數易造成控制系統較大誤差。

本模擬假設系統使用層流接口來描述流體輸送及作用力為零，同時假設無反應項。動量守恆、質量守恆及濃度控制方程式，如方程式 (2)-(4)

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \nabla \cdot [\eta(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)] + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla \cdot (-D \nabla c) = -\mathbf{u} \cdot \nabla c \quad (4)$$

\mathbf{u} 是速度向量， ρ 為密度， D 是擴散係數， η 為黏度， p 為壓力， c 為濃度。

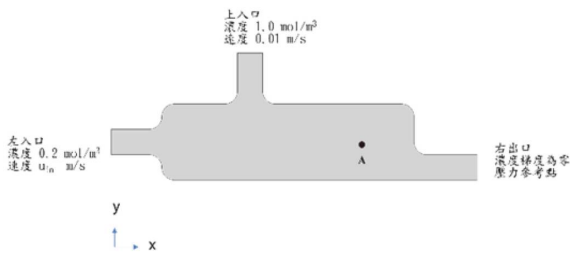


圖 1 邊界條件

在進行數值模擬計算分析前，必須先建置網格以分析速度場及濃度場分布，本研究模擬網格共 4346 個三角網格，如圖 2。

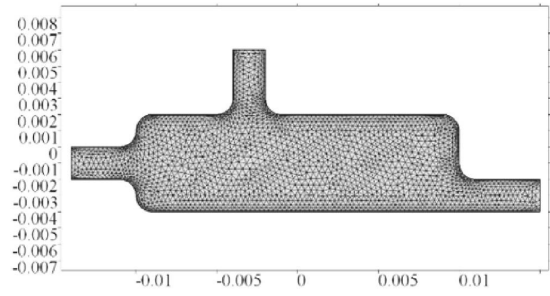


圖 2 網格建置

4、結果與討論

本模擬分為 A ($k_p=0, k_i=0, k_D=0$), B ($k_p=0.5 \text{ m}^4/(\text{mol}\cdot\text{s}), k_i=0, k_D=0$), C ($k_p=0.5 \text{ m}^4/(\text{mol}\cdot\text{s}), k_i=1.0 \text{ m}^4/(\text{mol}\cdot\text{s}^2), k_D=0.0 \text{ m}^4/\text{mol}$) 三種演算法進行模擬與控制，其中 A 演算法模擬無 PID 控制演算法、B 演算法模擬只有比例 PID 控制演算法、C 演算法則為比例-積分-微分 PID 控制演算法。三種演算法計算 u_{in} 控制點速度的暫態時間響應於圖 3，A 演算法速度為零，B 演算法於穩定狀態速度為 0.03 mm/s ，C 演算法於穩定狀態速度為 0.04 mm/s 。圖 4 為偵測點 A 的暫態濃度時間響應，由圖 4 得知偵測點 A 所模擬的暫態濃度，取決於流場控制的演算法，A 演算法於穩定狀態濃度為 0.7 mol/m^3 ，B 演算法於穩定狀態濃度為 0.55 mol/m^3 ，C 演算法於穩定狀態濃度為 0.5 mol/m^3 。綜合上述三種演算法中，C 演算法 ($k_p=0.5 \text{ m}^4/(\text{mol}\cdot\text{s}), k_i=1.0 \text{ m}^4/(\text{mol}\cdot\text{s}^2), k_D=0.001 \text{ m}^4/\text{mol}$) 可藉由 PID 控制演算達到 0.5 mol/m^3 穩定狀態濃度。本研究模擬圖 5-圖 7 座標幾何尺度為公尺，圖 5-圖 7 為三種演算法速度場分布，由圖 5-7 可得知 A、B 及 C 演算法於出口處最大速度分別為 0.02 m/s 、 0.06 m/s 及 0.08 m/s 。

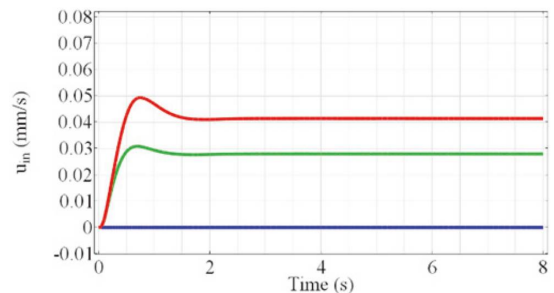


圖 3 控制點速度暫態時間響應

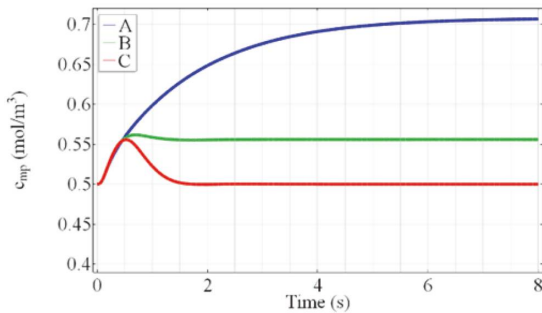


圖 4 偵測點濃度暫態時間響應

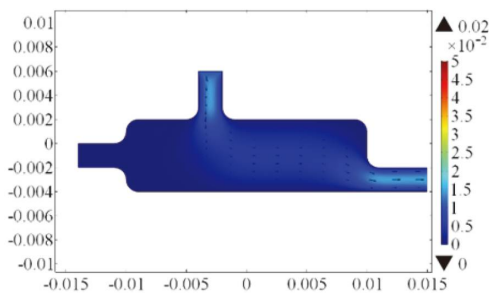


圖 5 $k_p=0 \text{ m}^4/(\text{mol}\cdot\text{s}), k_t=0.0 \text{ m}^4/(\text{mol}\cdot\text{s}^2),$
 $k_D=0.0 \text{ m}^4/\text{mol}$ 速度場分布

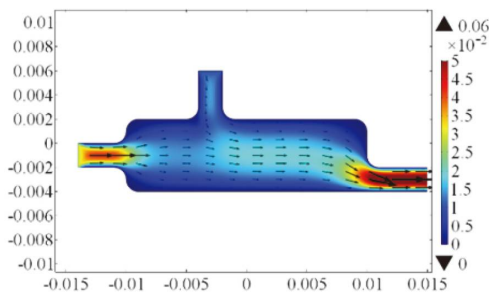


圖 6 $k_p=0.5 \text{ m}^4/(\text{mol}\cdot\text{s}), k_t=0.0 \text{ m}^4/(\text{mol}\cdot\text{s}^2),$
 $k_D=0.0 \text{ m}^4/\text{mol}$ 速度場分布

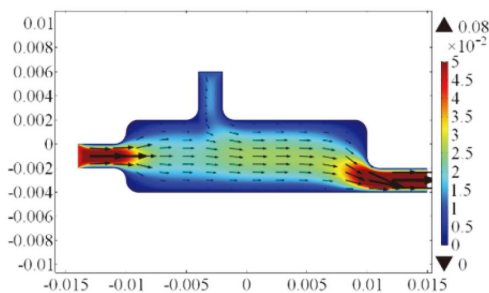


圖 7 $k_p=0.5 \text{ m}^4/(\text{mol}\cdot\text{s}), k_t=1.0 \text{ m}^4/(\text{mol}\cdot\text{s}^2),$
 $k_D=0.001 \text{ m}^4/\text{mol}$ 速度場分布

5、結論

本模擬利用三種演算法計算速度與濃度暫態時間

響應及速度場分布與濃度場分布，A 演算法速度為零，B 演算法於穩定狀態速度為 0.03 mm/s，C 演算法於穩定狀態速度為 0.04 mm/s。A、B 及 C 演算法於出口處最大速度分別為 0.02 m/s、0.06 m/s 及 0.08 m/s。

6、參考文獻

1. Duggleby, A.; Ball, K.; Sewall, E. Computational Fluid Dynamics (CFD) Coprocessor-Enhanced System and Method. U.S. Patent 20070219766 A1, 20 September 2007.
2. Emin, M.A.; Köhler, K.; Schlender, M.; Schuchmann, H.P. Characterization of Mixing in Food Extrusion and Emulsification Processes by Using CFD. In High Performance Computing in Science and Engineering '10; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2011; pp. 443–462.
3. Xia, B.; Sun, D.W. Applications of computational fluid dynamics (CFD) in the food industry: A review. *Comput. Electron. Agric.* **2002**, *34*, 5–24.
4. Schaldach, G.; Berger, L.; Razilov, I.; Berndt, H. Computer Simulation for Fundamental Studies and Optimisation of ICP Spray Chambers; Current Research Reports; Institute of Spectrochemistry and Applied Spectroscopy: Berlin, Germany, 2000.
5. Holbrook, T.R.; Osborn, L.S. Digital patent infringement in an era of 3D printing. *Univ. Campbell Davis Law Rev.* **2014**, *48*, 1319.
6. Tabrizi, A.S.; Asadi, M.; Xie, G.; Lorenzini, G.; Biserni, C. Computational fluid-dynamics-based analysis of a ball valve performance in the presence of cavitation. *J. Eng. Thermophys.* **2014**, *23*, 27–38.
7. Stuart, B. A History of Control Engineering 1930–1955; Peter Peregrinus Ltd./IEE: London, UK, 1993; p. 48. Available online: <https://www.scribd.com/document/490573330/A-History-of-Control-Engineering-1930-1955-Bennett-pdf> (accessed on 25 June 2021).
8. Borase, R.P.; Maghade, D.K.; Sondkar, S.Y.; Pawar, S.N. A review of PID control, tuning methods and applications. *Int. J. Dyn. Control* **2021**, *9*, 818–827.
9. Geankoplis CH. 2003. Transport processes and separation process principles (includes unit operations) 4th edition. Prentice Hall Press Upper Saddle River, NJ, USA.



10. W. F. Ames , Numerical methods for partial differential equations, Academic Press, New York , 1977.

Simulation Analysis of PID Control in Velocity Field and Concentration Field

1* Der-Sheng Chan

¹ Department of Electrical Engineering
Lee-Ming Institute of Technology ,
Email:lit00441@mail.lit.edu.tw

Abstract

Computational Fluid Dynamics (CFD) is widely used in various industries to solve various complex fluid flow behaviors. PID control is a feedback mechanism and is also widely used in industries. Combining PID control and CFD with complex momentum and mass transport is particularly important in industrial control systems. In this simulation, three algorithms are used to calculate the transient time response of velocity and concentration, as well as the distribution of velocity field and concentration field. The maximum speeds at the exit of algorithms A, B and C are 0.02 m/s, 0.06 m/s and 0.08 m/s, respectively.

Keywords: CFD 、 PID 、 simulation