

雲霄飛車能量轉換之研究

蔡政男、何尉仲、謝政廷

正修科技大學電子工程系

摘要

運動學是物理力學的基礎，而拋體是屬於運動學的平面運動，我們藉由研究雲霄飛車運動，探討機械能守恆與能量守恆之關係。我們成功分析雲霄飛車運動過程中，有摩擦能之消耗。由實驗結果可知要達到完全無摩擦力之機械能是不可能的。因儀器精準度之限制，無法成功求出拋體初速，我們成功利用球體軌跡與運動影片合成，進而求出拋體運動初速與角度，並進而驗證拋體之軌跡方程式，克服儀器的限制。

關鍵詞：雲霄飛車、拋體、機械能守恆、能量守恆、摩擦



The Study of Energy Transformation for Roller Coaster

Cheng-Nan Tsai 、Wei-Chung Ho 、Cheng-Ting Hsieh

Department of Electronic Engineering, Cheng-Shih University

Kaohsiung, Taiwan 83347, R.O.C.

ABSTRACT

Kinematics is based on Physical mechanics. The study of projectile is to be part of kinematics in planar motion. By studying the roller coaster project, the relation between mechanical energy conservation and energy conservation was discussed. Our team successfully analyzed the movement of roller coaster, related to consumption of friction. As a result, conducting the experiment entirely without friction of the mechanical energy is impossible. Due to the inaccuracy of the instrument, it is hard to find out the initial velocity of projectile. Nevertheless, we have successfully demonstrated the initial velocity of projectile and angle of movement using synthetic ball trajectory and motion film, which verified, the projectile's trajectory equation and overcomes the limitation of instrument.

Keywords: Roller coaster, Projectile, Conservation of mechanical energy, Conservation of energy, Friction



壹、緒論

一、研究動機

運動學是物理力學的基礎，拋體是屬於運動學的平面運動，藉由雲霄飛車運動體驗生活物理，探討運動學、機械能與能量守恆之關係。

在質量一定情況下，能量既不會無中生有，也不會消失，只是由一種形式的能量轉換成另一種或多種形式的能量，但能量的總值維持不變，這種關係稱為能量守恆定律。在能量的轉換過程中，一部分的能會變成散亂的熱能（如：摩擦消耗的能量），這種能無法再利用，所以可利用的能只會減少不會增加。

若物體之動能和位能的總和在每一個地方均維持不變，此稱為機械能守恆。例如：自由落體由高處自由落下時，重力位能減少等於動能的增加。所以在現今能量耗竭的時代，如何在能量轉換中找尋替代能源是現今科技發展中之一大主題。而機械能之動能、位能轉換是物理學中最基本之能量轉換。

二、研究目的

經由實驗探討雲霄飛車之能量守恆理論與實驗分析。並利用鋼珠之拋射運動（一）驗證斜向拋射運動。（二）利用球體軌跡與運動影片合成，進而求出拋體運動初速與角度，並驗證拋體之軌跡方程式。藉此理論與實驗分析達到教具改善之作用。

貳、相關文獻探討

（一）由雲霄飛車裝置圖先說明物理學之各項定義。



圖 1 雲霄飛車裝置圖

功與機械能定義[1]：

（1）功（W）：

合力做功（ ΣW ）等於合力 ΣF 與位移 s 的內積，功是純量，國際單位為焦耳。

$$\Sigma W = \Sigma \vec{F} \cdot \vec{s} = \left| \vec{F} \right| \left| \vec{s} \right| \cos \theta \quad \text{公式(1)}$$

（2）動能(E_k):

物體質量為 m 在光滑的平面上受合力 ΣF 作用，歷經 Δt 之位移為 s ，其初速由 V_i 改變成 V_f 。



其合力對物體所作的功等於物體所增加的動能，此為功能定理。

$$\Sigma W = \Sigma \vec{F} \cdot \vec{S} = \frac{1}{2} m V_f^2 - \frac{1}{2} m V_i^2 = E_{kf} - E_{ki} = \Delta E_k \quad \text{公式(2)}$$

動能(E_k)：物體運動所具有的能量

$$E_k = \frac{1}{2} m V^2 \quad \text{公式(3)}$$

(3)重力位能(U_g)：

物體落下高度 Δh 之高度，其重力加速度為 g ，其重力所作之功 (W_g) 為

$$W_g = -mg\Delta h = -\Delta U_g \quad \text{公式(4)}$$

力依做功路徑可分成保守力(F_c)和非保守力(F_{nc})：

保守力：力對物體所作的功，僅和其起點與終點的位置有關此為保守力作功(W_c)；而和其所經的路徑無關者。例：重力、彈力...

非保守力：力對物體所作的功，和其所經的路徑有關者稱為非保守力作功(W_{nc})。例：摩擦力、外力...

力學(機械)能(E)守恆定律：若一物體(或一系統)在運動過程中僅受到保守力作用，則其動能(E_k)和位能(U)在運動過程中之每一點其總和均保持不變。

$$\text{If } \Sigma W_{nc} = 0 = (E_{kf} + U_f) - (E_{ki} + U_i) = E_f - E_i \quad \therefore E_f = E_i \quad \text{公式(5)}$$

非保守力作功，則會把力學能與其它的能量形式做轉換，如摩擦力會把力學能轉換成熱能。由功的意義可得到非保守力對系統作的功會等於系統力學能的變化量。此即為能量守恆定律。

$$\Sigma W_{nc} = (E_{kf} + U_f) - (E_{ki} + U_i) = E_f - E_i = \Delta E \quad \text{公式(6)}$$

(4)實心鋼珠滾動之能量換算：

實心鋼珠質量為 m 半徑為 r ，從高度為 h_1 滾動至低點 h_2 時，若無摩擦力作用，則其位能將轉換成移動動能與轉動動能，所以其速度為：

$$mg(h_1 - h_2) = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} m r^2 \right) \left(\frac{v}{r} \right)^2 = \frac{7}{10} m v^2 \quad \therefore v = \sqrt{\frac{10}{7} g (h_1 - h_2)} \quad \text{公式(7)}$$

(二)一拋體以初速度 V_0 與水平仰角 θ 從地面射出。(如圖 2)。



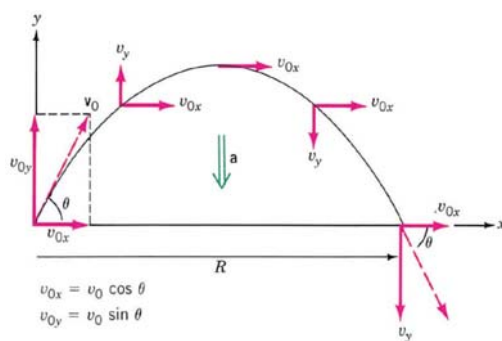


圖 3、拋體向量圖

軌跡方程式 $y = x \tan \theta - \frac{1}{2} \frac{g}{V_0^2 \cos^2 \theta} x^2$ 公式(8)

最大高度 $y_{\max} = H = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$ 公式(9)

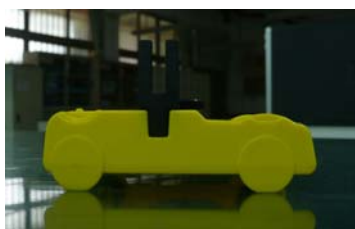
水平射程 $R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$ 公式(10)

參、實驗儀器與實驗步驟

一、實驗儀器：雲霄飛車實驗組[2]，如圖3。



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

圖 3 (a)雲霄飛車平板與基座、(b)滑車、(c)小鋼珠、(d) 智慧型計時器 ME-8930[2] (e) 光電柵管



測鋼珠拋體之速度之光電計時器[3]，如圖 4。



圖 4 光電計時器[3]

實驗流程[4-7]：

- (1) 一台滑車靜止由最大高度 $H_1=40(\text{cm})$ 下滑至 $H_2=8.5(\text{cm})$ 、 $H_3=32.5(\text{cm})$ 、 $H_4=29.5(\text{cm})$ 之能量的探討，如圖5。



圖 5 雲霄飛車實驗軌道裝置

(2)拋體運動：

雲霄飛車因車體較大，做拋體運動時會有轉動，易造成誤差，需精確考量質量中心的問題。此問體若改為球體則質量中心為球心，誤差較易克服。

- (a)球體在軌道上之運動為滾動，是以平移與轉動所組成。一靜置於高度 h 之小鋼珠擁有一重力位能，當釋放後其位能轉換成轉動動能與移動動能，利用機械能守恆求其離開軌道初速。並與光電計時器求出時間換算之初速比較，裝置如圖 6。



圖 6 拋體實際軌道

- (b)若無法精確求出初速，則以球飛出的水平最遠距離與垂直最高距離，求球飛出的初速與角度，利用軌跡方程式模擬球體軌跡並與實際拍攝之球體軌跡比較，驗證軌跡程式。



肆、實驗結果與討論

(一) 雲霄飛車之能量轉換探討：

滑車質量 $m=92.05(g)=0.09205(kg)$ ，高雄重力加速度 $g=9.78(m/s^2)$ 。滑車由最大高度 $H_1=0.40(m)$ 下滑至 H_2 、 H_3 、 H_4 之能量探討，表格 1 是利用公式 6 求出之初速與智慧型計時器測出之初速比較，可以得知其理論值與測量值並不相等，摩擦力能量消耗能量由 6.5%~17.5%。所以雲霄飛車並非理想的機械能守恆，此為摩擦能量消耗造成。

表格 1 雲霄飛車之能量轉換探討

滑車	$H_2=0.085(m)$	$H_3=0.325(cm)$	$H_4=0.295(m)$
理論值	$V_2=2.48(m/s)$	$V_3=1.1(m/s)$	$V_4=1.43(m/s)$
測量值	$V_2=2.38(m/s)$	$V_3=0.78(m/s)$	$V_4=0.826(m/s)$
摩擦力能量消耗(W_f)	6.5%	10.9%	17.5%

(2) 斜向拋射之探討：

- (a) 球體在軌道上靜止釋放後其位能轉換成轉動動能與移動動能，利用機械能守恆(公式 7)求其離開軌道初速為 236.40 cm/s。由圖 4 之現有的實驗室光電計時器測得的時間與球的直徑(2.42 cm) 計算出離開軌道初速為 201.66 cm/s。由以上資料發現兩者初速不同且與實際拋體之水平射程與最大高度無法吻合，此為摩擦能造成。
- (b) 所以我們提出一項新方法來做改善，用模擬的路線與實際影片作結合測定球體的初速與角度，利用拋射之最大高度(公式 9)為 8.75 cm 與水平射程(公式 10)為 46.5 cm：得知拋射角度為 36.96°、初速 $V_0=217.55$ cm/s，資料如表 2。
- (c) 利用算出之初速與角度帶入軌跡程式(公式 8)得一拋物線圖，如圖 7。將球由高度 h_1 滾動至高度 h_2 ，錄製球拋出後的影片，並用軟體 Adobe After Effects 7.0 [8] 將拋體軌跡與拍攝影片合成。得知實際球體拋出的軌跡和模擬的軌跡相當吻合(如圖 8a~f)，此表示球體未受空氣阻力影響，且可精準的算出球體初速與角度並驗證軌跡程式。

表格 2 拋體運動數據表

	高度	理論速度和量測角度	光電計數器測得鋼珠通過時所換算之測量速度	實際高度與水平距離所計算出之速度和角度
拋體運動	放球點高度 $h_1=50.5(cm)$ 球飛出時的高度 $h_2=10.5(cm)$	$V_0=236.40$ (cm/s) $\theta=36.47$ 度	$V_0=201.66$ (cm/s) $t=0.012$ (s)	$V_0=217.55$ (cm/s) $\theta=36.96$ 度



畫出軌跡方程

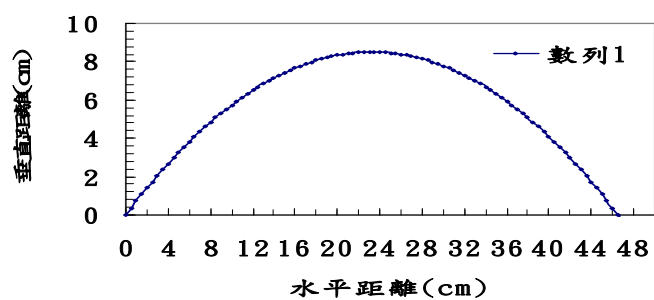
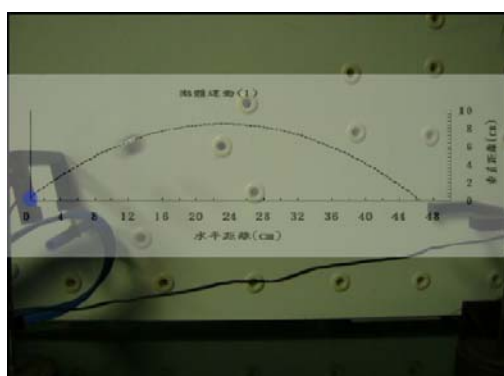
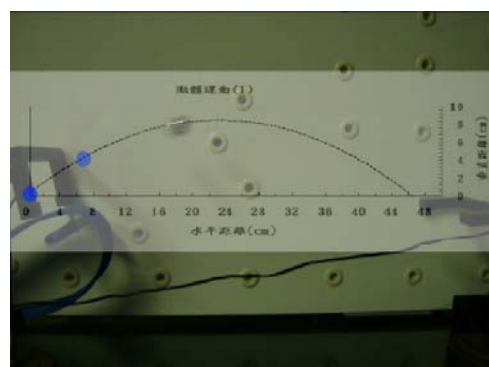


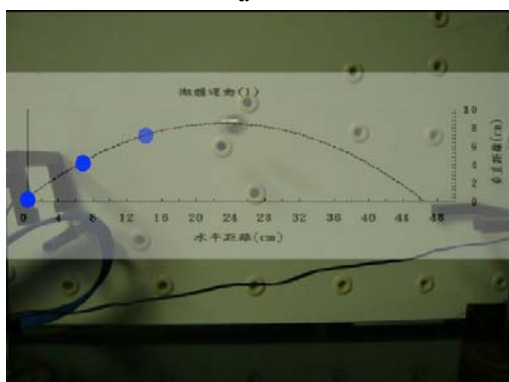
圖 7 軌跡方程模擬圖



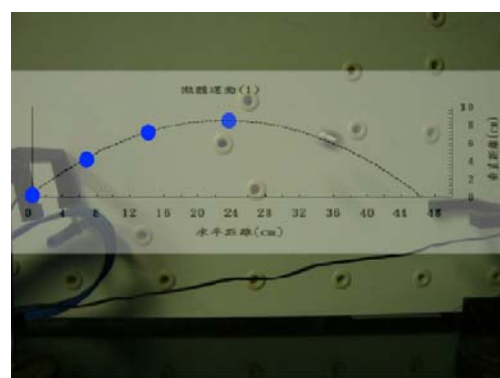
a



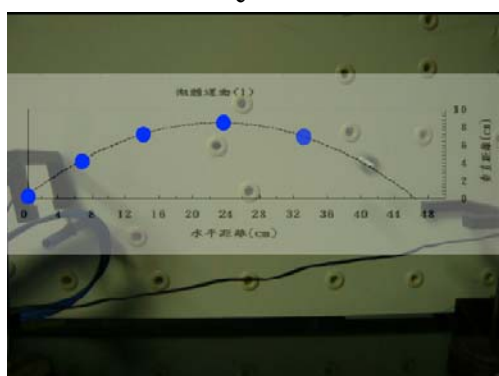
b



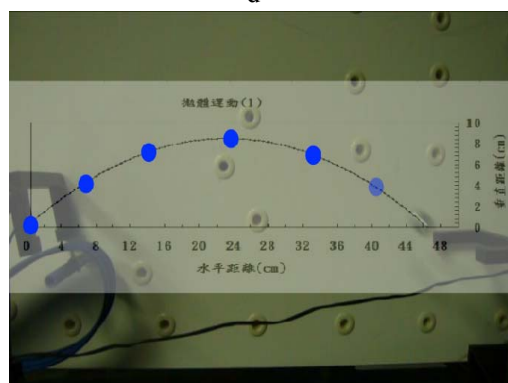
c



d



e



f

圖 8 a~f 實際球體(銀色)拋出影片的軌跡與藍色球體顯示和模擬的軌跡合成一致



伍、結 論

利用教具雲霄飛車可以教導學生運動學之各項定義並可探討動能、位能之關係。由實驗結果可知無法達到機械能守恆，經過本團隊分析雲霄飛車的能量轉換可求得耗損的摩擦能。

而雲霄飛車實驗因受限於儀器之精準度與摩擦力之消耗，無法精準的求出拋體運動之初速。所以我們成功的利用模擬鋼珠拋體的軌跡再與實際運動影片作結合，成功求出拋體運動之初速與角度並進而驗證軌道方程式，克服了器具精確度的限制。

參考文獻

- [1] Halliday, Resnick, Walker, "Fundamentals of Physics Extended" John Wiley and Song. fifth edition, pp12~173 (2012)
- [2] PASCO:Roller Coaster Complete System
(<http://www.pasco.com/featured-products/roller-coaster-complete-system/index.cfm>)
- [3] 蔡政男、林燈河、陳國昭、莊偉勳，"大學物理實驗" 高立圖書 pp307~310(2012)
- [4] 物理原理
(http://physteach.phys.nthu.edu.tw/f_abstract/D3.doc)
- [5] 雲霄飛車 Looping coasters
(http://www.phys.cycu.edu.tw/~choucl/GPhysics/gen_phys/coaster-1.php)
- [6] 動力學，雲霄飛車的物理
(<http://www.phy.ntnu.edu.tw/moodle/mod/resource/view.php?id=114>)
- [7] 觀念物理 II，Paul G.Hewitt。台北：天下文化，民90。
- [8] Adobe after effects
(<http://www.adobe.com/tw/products/aftereffects.html>)

