

熱壁上分隔板對正方形空間內低溫水自然對流熱傳之效應

余元利

正修科技大學機械工程系

摘 要

本文以數值法模擬具水平隔板正方形空間內低溫水自然對流熱傳，方形空間的兩鉛直壁維持不同之等溫，另兩水平壁假設絕熱邊界條件。主要探討密度分布參數 R 、瑞利數 Ra 與無因次分隔板長度 L/W 對等流線、等溫線與熱傳之影響，而無因次分隔板高度 H/W 設為定值 0.5。數值解顯示：當 $R=0.5$ 且 $Ra=10^4$ 時，裝上 $L/W=0.75$ 的隔板可增加 99% 熱傳率；但，當 $R=0.4$ 且 $Ra=10^4$ 時，裝上 $L/W=0.25$ 的隔板反而減少 10.8% 熱傳率。

關鍵詞：自然對流熱傳、密度分布參數、瑞利數。



On the Natural Convection of Water near Its Density Maximum in a Square Cavity with a Partition on the Hot Wall

Yen-Li Yih

*Department of Mechanical Engineering
Cheng-Shiu University
Kaohsiung, Taiwan 833, R.O.C.*

ABSTRACT

This study reports numerical results on the natural convection heat transfer of water near its density maximum in a square cavity with a partition on the hot wall. The two vertical walls of the cavity are respectively heated and cooled, while the two horizontal walls are adiabatic. Analytical descriptions of flow patterns, temperature profiles in the water layer and convective heat-transfer coefficients are presented in this study for various density distribution parameters R , Rayleigh number Ra , and dimensionless length of the partition L/W . The dimensionless height of the partition H/W is set to be 0.5. Numerical results indicate that adding partition on the hot wall can increase the rate of heat transfer by as much as 99% compared with a wall without partition for $R=0.5$, $Ra=10^4$ and $L/W=0.75$. But for $R=0.4$, $Ra=10^4$ and $L/W=0.25$, the decrease in heat transfer is 10.8%.

Key Words: natural convection heat transfer, density distribution parameter, Rayleigh number.



一、前言

密閉空間內自然對流問題，由於和許多工程相關，如太陽能收集器、反應爐冷卻、雙片窗熱散失及電子設備冷卻等等，已有許多相關文獻發表，重要文獻之回顧可參考文獻[1]。

基於熱傳增強或減弱，研究重心已由簡單密閉空間轉移到具分隔板的複雜密閉空間，文獻[2]考慮從密閉空間頂面向內伸入但未抵達底面之單一分隔板效應；文獻[3]考慮同時從頂面和底面向內伸入絕熱分隔板之效應，以上文獻[2-3]探討密閉空間內不完全分隔板對自然對流熱傳之效應，得知不完全分隔板有降低熱傳之效；文獻[4]考慮完全分隔板效應，得知完全分隔板比沒有或不完全分隔板更有降低熱傳之效；文獻[5]以數值法探討熱壁上有限厚度且高傳導的不完全分隔板對正方形密閉空間內空氣自然對流熱傳之效應，考慮的參數有 Rayleigh number、分隔板的高度與長度，而分隔板的厚度為密閉空間寬度的 1%，數值結果顯示，當 $Ra=10^4$ 、 $L/W=0.75$ 且 $H/W=0.25$ 時，分隔板的介入增加 31.46% 的熱傳率，但當 $Ra=10^5$ 、 $L/W=0.75$ 且 $H/W=0.25$ 時，只增加 15.3% 的熱傳率。文獻[6]呈現正方形空間內低溫水自然對流熱傳的數值結果，探討 Rayleigh number 與密度分布參數 R 之效應，結果顯示：當 $R=0.5$ 時，中間鉛直面是 4°C 的等溫面，此時空間內呈現兩個旋轉方向相反的等強流場，使得對流熱傳受到很大地抑制。

本文探討熱壁上不完全分隔板對正方形空間內低溫水自然對流熱傳之效應，參數範圍如下： $Ra=10^4$ 、 10^5 ， $0 \leq R \leq 1$ ， $L/W=0$ 、 0.25 、 0.5 、 0.75 ，而 $H/W=0.5$ 。

二、理論

1. 基本假設

圖 1 乃本文的物理模型與座標系統。最初密閉空間內的水保持在某一溫度且滯留不動，突然間兩鉛直壁維持不同之等溫，直到系統處於穩定狀態。基本假設如下：(1)流動為二維穩態層流(2)除了浮力項的密度之外，流體的熱物理性質假設為定值，並以參考溫度 $T_f=(T_h+T_c)/2$ 來估計(3)黏性熱逸散忽略不計(4)隔板為薄膜狀。

2. 統御方程

顯然地，密度－溫度呈線性關係不再適用密度逆轉流體。今採用參考文獻[6]密度－溫度關係式如下：

$$\rho = \rho_m [1 - \alpha_1 |T - T_m|^q] \quad (1)$$

其中 $\rho_m=999.9720 \text{ kg/m}^3$ ， $\alpha_1=9.297173 \times 10^{-6} (\text{C})^{-q}$ ， $T_m=4.029325^\circ\text{C}$ ， $q=1.894816$ 。

無因次化渦旋、能量及流函方程式分別如下：



$$U \partial \Omega / \partial X + V \partial \Omega / \partial Y = (Ra / Pr) q |\theta - R|^{q-2} (\theta - R) \partial \theta / \partial X + \nabla^2 \Omega \quad (2)$$

$$U \partial \theta / \partial X + V \partial \theta / \partial Y = \nabla^2 \theta / Pr \quad (3)$$

$$\nabla^2 \Psi = -\Omega \quad (4)$$

邊界條件如下：

$$\text{左壁: } U=V=\Psi=0, \theta=1 \quad (5a)$$

$$\text{右壁: } U=V=\Psi=0, \theta=0 \quad (5b)$$

$$\text{底壁: } U=V=\Psi=0, \partial \theta / \partial Y = 0 \quad (5c)$$

$$\text{頂壁: } U=V=\Psi=0, \partial \theta / \partial Y = 0 \quad (5d)$$

$$\text{分隔板: } U=V=\Psi=0, \theta=1 \quad (5e)$$

將無因次微分方程(2-4)，以有限差分法改成差分方程，其中非線性對流項以 Second Upwind[7]處理，其它空間偏導數採中央差分，再利用 Line S.O.R 將差分方程改成代數方程，最後轉換成三條非零對角線之矩陣方程式，以 TDMA 求其解。

對流熱傳係數分別定義如下：

$$\text{高等溫壁局部對流熱傳係數 } Nu_l = -(\partial \theta / \partial X) \Big|_{x=0} \quad (6)$$

$$\text{低等溫壁總對流熱傳係數 } Nu_c = -\int_0^1 (\partial \theta / \partial X) \Big|_{x=1} dy \quad (7)$$

$$\text{無分隔板總對流熱傳係數 } Nu_{np} = -\int_0^1 (\partial \theta / \partial X) \Big|_{x=0} dy \quad (8)$$

$$\text{有分隔板總對流熱傳係數 } Nu_{wp} = \int |\partial \theta / \partial n| ds \quad (9)$$

其中 s=a-b-c-d-e-f。另外，定義熱傳改變效率 η 如下：

$$\eta = (Nu_{wp} - Nu_{np}) / Nu_{np} \quad (10)$$

有關解的程序，首先解溫度分布，利用溫度分布求得內部格點的渦旋值，再以渦旋值來解流函分布，最後利用流函分布來求得壁上新的渦旋值，直到滿足下列收斂準則：

$$\text{MAX} \left| (\Gamma^{n+1} - \Gamma^n) / \Gamma_{\max}^{n+1} \right| \leq 5 \times 10^{-5}, \Gamma = \Omega, \theta, \Psi \quad (11)$$



三、結果與討論

1. 等流線與等溫線

圖 2(a) 為 $Ra=10^4$ 之等流線，對不同的密度分布參數 $R=0、0.5、1$ ，各有四種無因次分隔板長度 $L/W=0、0.25、0.5、0.75$ 。對 $R=0$ 而言，左壁鄰近的流體被加熱上升，取代右壁鄰近被冷卻而下降的流體，產生順時針環流；當分隔板介入時，改變了流體的運動方向，使分隔板上方的流動減弱。對 $R=0.5$ 而言，當 $L/W=0$ 時，即無分隔板之情況，如所預料，呈現兩個等強但旋轉方向相反的環流；當 $L/W=0.25$ 時，左邊呈現 two-in-one 的順時針環流結構；當 $L/W=0.5$ 時，正方形空間內共有三個環流，其中兩個較小的順時針旋轉的環流，分別位於分隔板的上、下方。對 $R=1$ 而言，左壁鄰近的流體被加熱下降，取代右壁鄰近被冷卻而上升的流體，產生逆時針環流；當分隔板介入時，改變了流體的運動方向，使分隔板下方的流動減弱。

圖 2(b) 為 $Ra=10^4$ 之等溫線。對最短的分隔板而言，即 $L/W=0.25$ ，只局部改變溫度分佈，空間的其餘部份不受影響，這是因為最短分隔板的介入，主要環流並沒有多大改變，分隔板只局部改變速度分佈。對最長的分隔板而言，即 $L/W=0.75$ ，當 $R=0$ 時，分隔板的介入，如前所述，使分隔板的上方區域流動減弱，因此分隔板下方的等溫線比分隔板上方的等溫線更密，這意味著分隔板底面 bc 比頂面 de 有較強的熱傳率；當 $R=1$ 時，分隔板上方的等溫線比分隔板下方的等溫線更密，這表示分隔板頂面 de 比底面 bc 有較強的熱傳率。

2. 熱傳

圖 3 是呈現 $Ra=10^4$ 且 $R=0.5$ 的高等溫壁局部對流熱傳係數，參數 $L/W=0.25、0.5、0.75$ ，圖中亦包括無分隔板之情況。當 $L/W=0.25$ 時，高等溫壁頂部的局部對流熱傳，因分隔板的介入而略為增強；除此之外，分隔板的介入總是使局部對流熱傳減弱，且局部對流熱傳亦隨著分隔板的增長而減弱，但這並不表示傳進空間的總熱傳是隨著分隔板的介入或分隔板的增長而減弱，因為高傳導的分隔板也傳熱進入空間。

圖 4 是呈現 $Nu_{np}-R$ 關係圖，參數 $Ra=10^4、10^5$ 。當 Ra 值固定時， Nu_{np} 的最低值發生於 $R=0.5$ ，且 Nu_{np} 的分布以 $R=0.5$ 呈現對稱，此結果與文獻[6]完全吻合。

圖 5 是呈現 $Ra=10^4$ 的 $\eta-R$ 關係圖，參數 $L/W=0.25、0.5、0.75$ ，正的 η 值表示加入隔板使熱傳增強，負的 η 值表示熱傳減弱。當 $L/W=0.25$ 時， η 的最高值發生於 $R=0.5$ ，分隔板的加入總熱傳約增加 7.4%，大部分的 R 值總熱傳都減少，例如： $R=0.4$ 時，總熱傳約減少 10.8%。當 $L/W=0.5$ 時， η 的最高值發生於 $R=0.5$ ，總熱傳約增加 33.3%，進一步比較 $L/W=0.25$ 與 0.5 之情況，發現當 $0 \leq R \leq 0.2$ 與 $0.8 \leq R \leq 1$ 時，兩者的 η 值近乎相等，表示隔板長度對總熱傳影響極微。當 $L/W=0.75$ 時， η 恆為正值，表示分隔板的加入一定會使熱傳增強，最高值亦發生於 $R=0.5$ ，總熱傳約增加 99%，最低值發生於 $R=1$ ，總熱傳約增加 8.3%。

圖 6 是呈現 $Ra=10^5$ 的 $\eta-R$ 關係圖。當 $L/W=0.25$ 時， η 的最高值發生於 $R=0.5$ ，總熱傳只增加 3.3%。當 $L/W=0.5$ 時， η 的最高值不再發生於 $R=0.5$ ，而發生於 $R=0$ 。當 $L/W=0.75$ 時， η 不再恆為正值， $R=0.7、0.8$ 呈現負的 η 值；但，最高值仍然發生於 $R=0.5$ ，總熱傳約增加 37.6%。



3. 與相關文獻比較

以 $Ra=10^5$ 、 $R=0.5$ 、 $L/W=0.75$ 為例，選擇三種均勻格點系統 61×61 、 101×101 、 141×141 ，執行格點無關測試。表 1 呈現三種格點系統的總對流熱傳係數，發現 101×101 與 141×141 兩種格點系統的總對流熱傳係數近乎相等，且 Nu_{wp} 與 Nu_c 十分接近，表示滿足能量平衡。基於節省計算時間，並兼顧數值精確度，本文採用均勻格點系統 101×101 ；另外，執行無分隔板的簡單正方形密閉空間低溫水自然對流熱傳，發現總對流熱傳係數 Nu_{np} 與文獻[6]比較十分吻合，如表 2 所示。

四、結論

本文以數值法探討高等溫壁上的中央水平等溫分隔板對正方形空間內自然對流熱傳之影響。分隔板的介入不僅阻礙了空間內流體的流動，同時提供傳入空間的額外熱傳；但，分隔板的加入會導致高等溫壁熱傳減少，所以並不一定會增加傳入空間的總熱傳。

對密度分佈參數 $R=0.5$ 而言，不論是裝設分隔板的複雜空間或是無分隔板的單純空間，都呈現總熱傳最低值；但，分隔板的加入會增強總熱傳，增加的比例隨分隔板的增長而增加，而隨 Rayleigh number 的增加而減少，例如：分隔板長度 $L/W=0.75$ 時， $Ra=10^4$ 與 10^5 總熱傳增加分別是 99% 與 37.6%。

符號索引

H	分隔板高度
L	分隔板長度
Nu	對流熱傳係數，方程式(6-9)
Pr	Prandtl number， ν/α
R	密度分布參數， $(T_m - T_c) / (T_h - T_c)$
Ra	Rayleigh number， $g\rho_m\alpha_l W^3(T_h - T_c)^4 / (\rho_f \nu \alpha)$
U	無因次速度， uW/ν
V	無因次速度， vW/ν
W	正方形空間的邊長
X	無因次座標， x/W
Y	無因次座標， y/W
希臘符號	
α	熱擴散係數
ν	動黏度
ρ	密度



θ	無因次溫度， $(T-T_c)/(T_h-T_c)$
Ψ	無因次流函， ψ/ν
Ω	無因次渦旋， ω/ν
下標	
c	低等溫壁
f	參考狀態
h	高等溫壁
m	密度極值

參考文獻

1. Ostrach, S., "Natural convection in enclosure," *Advanced Heat Transfer*, Vol. 8, pp.161-227 (1972).
2. Bauman, F., Gadgil A., and Greif, R., "Buoyancy-driven convection in enclosures: Experimental results and numerical calculation," *ASME paper* 80-HT-66 (1980).
3. Bajorek, S. M., and Lloyd, J. R., "Experimental investigation of natural convection in partitioned enclosures," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 104, pp.527-532 (1982).
4. Ho, C. J., and Yih, Y. L., "Conjugate natural convection heat transfer in an air-filled rectangular cavity," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 14, pp.91-100 (1987).
5. Tasnim, S. H., and Collins, M. R., "Numerical analysis of heat transfer in a square cavity with a baffle on the hot wall," *Int. Comm. Heat Mass Transfer* Vol. 31, pp.639-650 (2004).
6. Lin, D. S., and Nansteel, M. W., "Natural convection heat transfer in a square enclosure containing water near its density maximum," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30, pp.2319-2329 (1987).
7. Kublbeck, K., Merker, G. P., and Straus, J., "Advanced numerical computation of two-dimensional time-dependent free convection in cavities," *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol. 23, pp. 203-217 (1979).
8. 余元利，「熱壁上有分隔板的正方形空間內低溫水自然對流熱傳之探討」，中國機械工程學會第二十三屆全國學術研討會，台南，A8-070，2006。



表 1 格點無關測試： $Ra=10^5$ 、 $R=0.5$ 、 $L/W=0.75$

均勻格點系統	Nu_{wp}	Nu_c
61×61	2.972	2.980
101×101	2.835	2.836
141×141	2.833	2.834

表 2 簡單正方形空間內低溫水系統： $Ra=10^5$ 、 $Pr=13$

R	$Nu_{np}[6]$	Nu_{np} (本文)
0.40	2.853	2.896
0.50	2.080	2.100
1.00	4.709	4.760

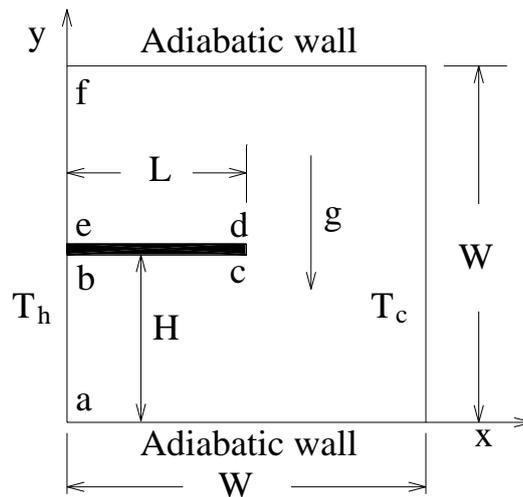


圖 1 物理模型與座標系統



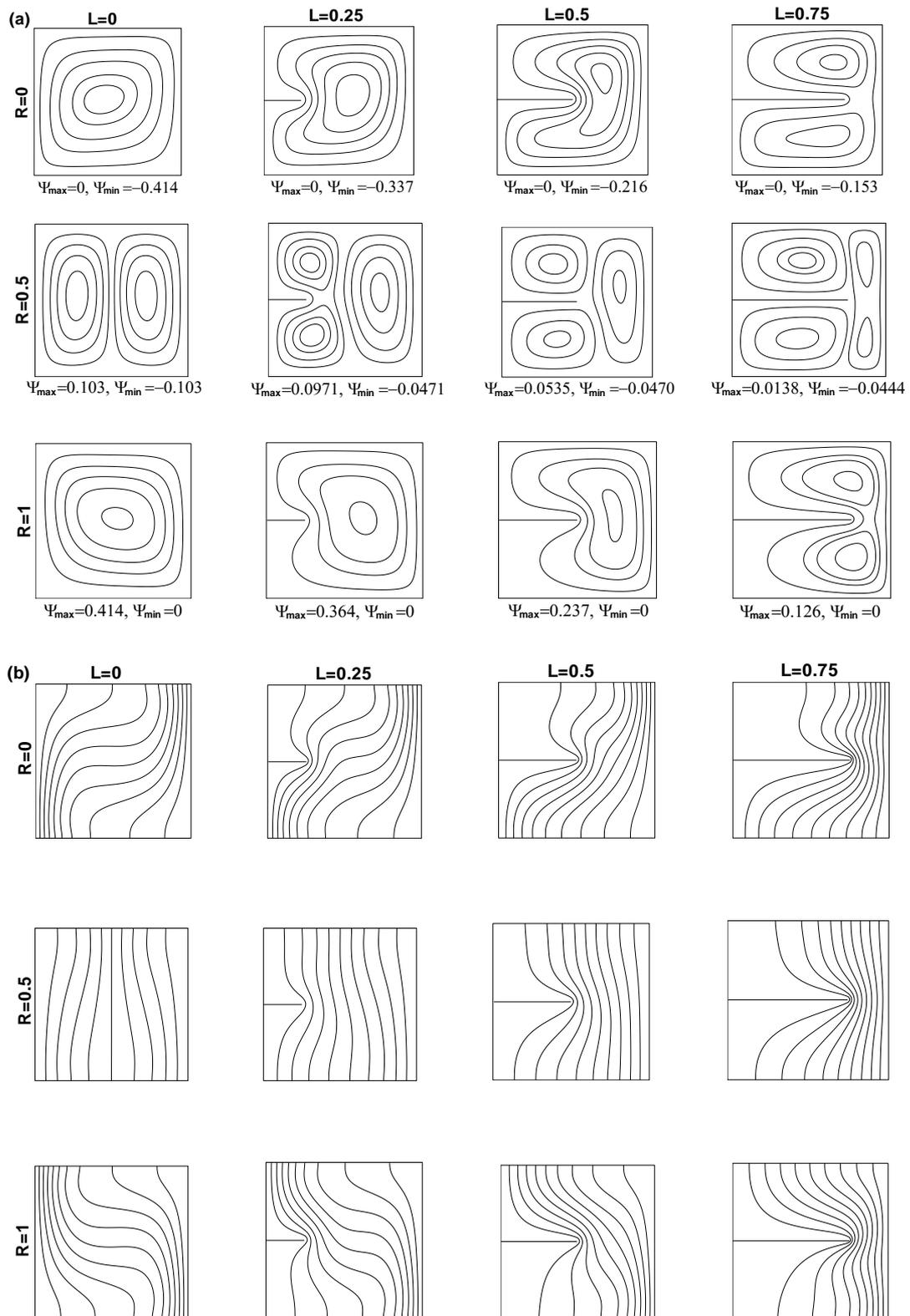


圖 2 $Ra=10^4$ 、 $Pr=13$ (a)等流線 (b)等溫線($\Delta \theta=0.1$)



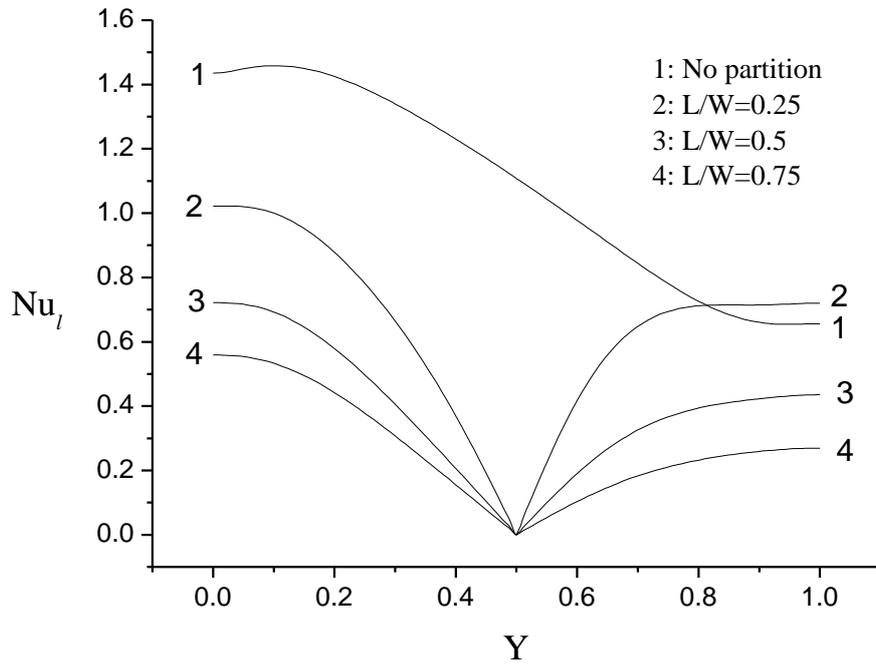


圖 3 局部對流熱傳係數， $Ra=10^4$ 、 $R=0.5$

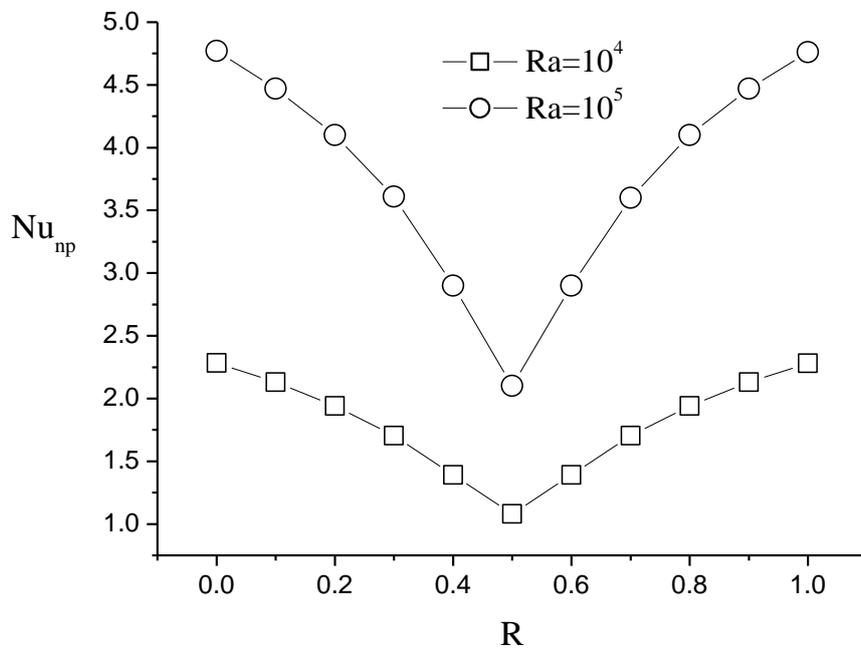


圖 4 Nu_{np} - R 關係圖



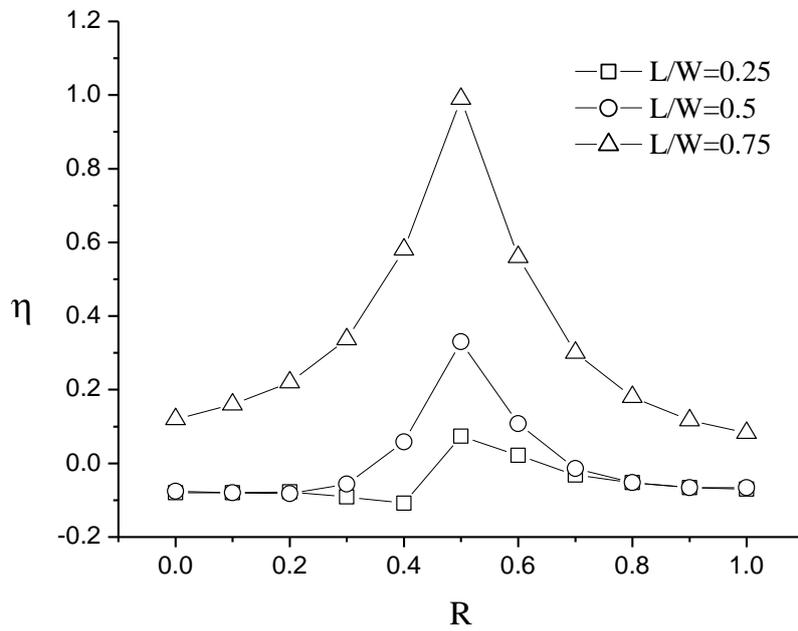


圖 5 η-R 關係圖，Ra=10⁴

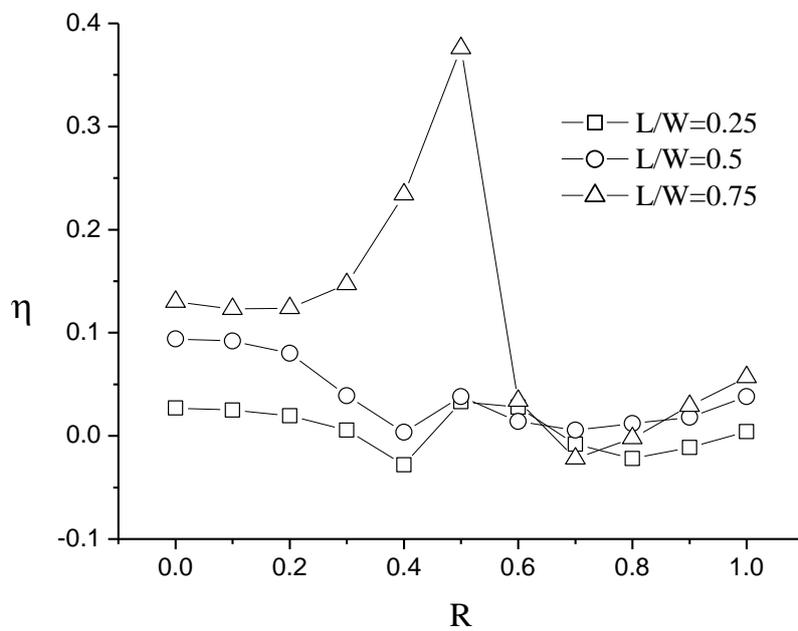


圖 6 η-R 關係圖，Ra=10⁵

